



第7章 生产作业计划

- 7.1 大量生产作业进度安排
- 7.2 成批生产与单件小批生产作业进度安排
- 7.3 项目型生产作业计划编制
- 7.4 作业排序
- 7.5 服务作业排序与排队论

电子教案

案例分析

课后习题

7.1 大量生产作业进度安排

- **生产作业计划**是把主生产计划规定的任务，一项一项具体分配到每个生产单位、每个工作中心和每个操作工人。
- 作业计划安排包括两个部分内容：编制期量标准、制定作业计划。不同生产类型有不同的期量标准，编制计划的方法也不同。

- 期量标准
- **期量标准**，又称**作业计划标准**，是指为加工对象（零件、部件、产品等）在生产期限和生产数量上所规定的标准数据。
- **1.节拍**。节拍是指流水线上相邻两个制品投入或出产的时间间隔。可用有效工作时间与计划产量来计算。
- **2. 流水线标准工作指示图表**。流水线标准工作指示图表是表明流水线上各工作地在正常条件下的具体工作制度和劳动组织方式的一种标准图表。由于企业生产中流水线的性质不同，有连续流水线标准工作指示图表和间断流水线标准工作指示图表。

- **（1）连续流水线标准工作指示图表。**其标准工作指示图表的编制比较简单，只规定整条流水线的工作与中断时间和程序即可。

流水线特点	小时								每班			
	1	2	3	4		5	6	7	8	间断次数	间断时间 (分钟)	工作时间 (分钟)
装配简单产品										2	20	460
装配复杂产品										3	30	450
机械加工(使用耐用期长的工具)										4	40	440
机械加工(使用耐用期短的工具)										6	60	420
焊接、热处理等										6	60	420

工作时间

间断时间

图 7-1 连续流水线标准工作指示图表的示意图

- **（2）间断流水线标准工作指示图表。**由于间断流水线的工序同期化程度低，各工序生产效率不同，需要对每一道工序规定工作班内的工作制度。
- 具体编制步骤：
 - ① 确定看管期
 - 看管期是指水线上的工人依次在其所看管设备上生产规定数量制品所需间隔的最大值。
 - 设看管期为 T ，产量为 Q ，流水线节拍为 r ，则
 - $T=Q \times r$

- ②确定看管期内各工作地产量。
- 有两种情况：一种情况下，工序 i 的工作地数 $S_i=1$ ，则该工作地看管期内的产量 $Q_i=Q$ 。另一种情况下，工序 i 的工作地数 $S_i>1$ ，可以将看管期内的产量按工作地进行平均分配，各工作地在看管期的产量 Q_{ki} 相等，等于 Q/S_i ；也可以将其中的 (S_i-1) 各工作地进行满负荷安排，产量为 T/t_i 。数值取整(其中 t_i 为工序的单件工时定额)，并将剩余产量分配给另外的工作地。
- ③计算看管期内各工作地工作时间及负荷。
- 各工作地工作时间 $T_{ki}=Q_{ki} \times t_i$ ，各工作地负荷 $k_i=T_{ki}/T$ 。

-
- ④确定各工作地起止时间，绘制标准工作指示图表。
 - 在考虑技术可能性的情况下，可以实现工人的多机床看管。为了充分利用劳动力，对于负荷不满的工作地，需要安排工人兼做其他工作地上的工作，如图7-2所示。
-

流水线名称					工作 班数	日产量 (件)	节拍 (分/件)	运输批量 (件)	节奏 (分/件)	看管期 (小时)	看管期内 产量(件)									
轴加工流水线					2	100	6	1	6	2	20									
工 序 号	工 时 定 额 (分)	工 作 地 号	负 荷 率 (%)	工 人 号	劳 动 组 织	每一个看管期内(2小时)的工作指示图表														看 管 期 产 量 (件)
						10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120			
1	12	01	100	01	多 机 床 看 管	[Gantt chart bars for worker 01]														
		02	100			[Gantt chart bars for worker 02]														
2	4	03	67	02	兼 做 06 工 作 地	[Gantt chart bars for worker 02]														
3	5.2	04	87	03	多 机 床 看 管	[Gantt chart bars for worker 03]														
4	5	05	83			[Gantt chart bars for worker 03]														
5	8	06	33	02		[Gantt chart bars for worker 02]														
		07	100	04		[Gantt chart bars for worker 04]														
6	5.6	08	94	05		[Gantt chart bars for worker 05]														
7	3	09	50	06	兼 做 10 工 作 地	[Gantt chart bars for worker 06]														
8	3	10	50	06		[Gantt chart bars for worker 06]														
9	6	11	100	07		[Gantt chart bars for worker 07]														

图 7-2 间断流水线标准工作指示图

- **(3)在制品定额**。在制品定额是指在一定的技术组织条件下，各生产环节上为了保证生产衔接所必需的、最低限度的在制品储备量。流水生产情况下，在制品占用量分流水线内和流水线间在制品占用量。见表7-3
- **①工艺在制品占用量 (Q_1)**。工艺在制品占用量是指正在流水线上各工作地进行加工、装配或检验的在制品。

$$Q_1 = \sum_{i=1}^m S_i g_i$$

- S_i —第*i*道工序的工作地数；
- g_i —第*i*道工序每个工作地同时加工的零件数；
- m —流水线包括的工序数

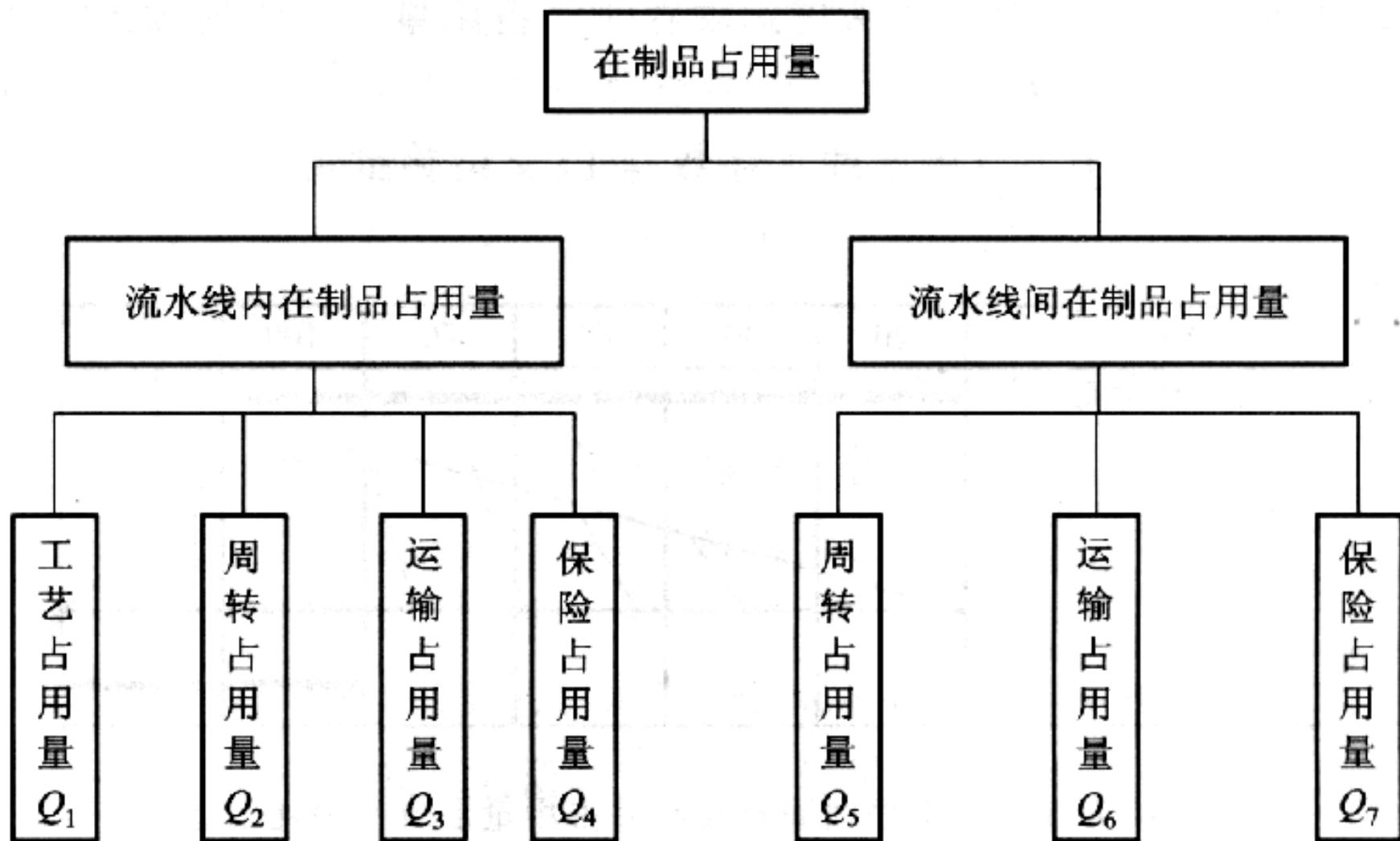


图 7-3 在制品占用量分类图

②周转在制品占用量 (Q_2)。周转在制品占用量存在于间断流水线上，由于间断流水线上下相邻工序生产效率不等或工作起止时间不同，为了使每个工作地能够连续完成看管期内的产量而在工序间存放的在制品。

分时段计算周转在制品占用量。定额计算公式为

$$Q_{kij} = \frac{T_k \times S_{kj}}{t_i} - \frac{T_k \times S_{ki}}{t_j}$$

式中： Q_{kij} 表示在第 k 时段 i 、 j 工序之间最大的在制品占用量；

T_k 表示第 k 时间段的时间长度；

S_{ki} 和 S_{kj} 分别表示在第 k 时间段前后工序工作的工作地数；

t_i 和 t_j 分别表示在前后工序单件工时。

若 Q_{kij} 值大于零，为正值，说明周转在制品最大占用量是形成于 T_k 的结束；

若 Q_{kij} 值小于零，为负值，说明周转在制品最大占用量是形成于 T_k 的初始。

- 以前例中4、5工序为例，由于生产效率不同可以将看管期分为三个时间段：0~80，80~100，100~120，则各段在制品占用量为

$$Q_{1,4,5} = \frac{T_1 \times S_{1,4}}{t_4} - \frac{T_1 \times S_{1,5}}{t_5} = \frac{80 \times 1}{5} - \frac{80 \times 1}{8} = 6$$

$$Q_{2,4,5} = \frac{T_2 \times S_{2,4}}{t_4} - \frac{T_2 \times S_{2,5}}{t_5} = \frac{20 \times 1}{5} - \frac{20 \times 2}{8} = -1$$

$$Q_{3,4,5} = \frac{T_3 \times S_{3,4}}{t_4} - \frac{T_3 \times S_{3,5}}{t_5} = \frac{20 \times 0}{5} - \frac{20 \times 2}{8} = -5$$

这说明第一时间段末将有**6**件周转在制品，第二时间段初应有**1**件在制品，第三段初有**5**件周转在制品，其形成与消耗情况见图7-4。

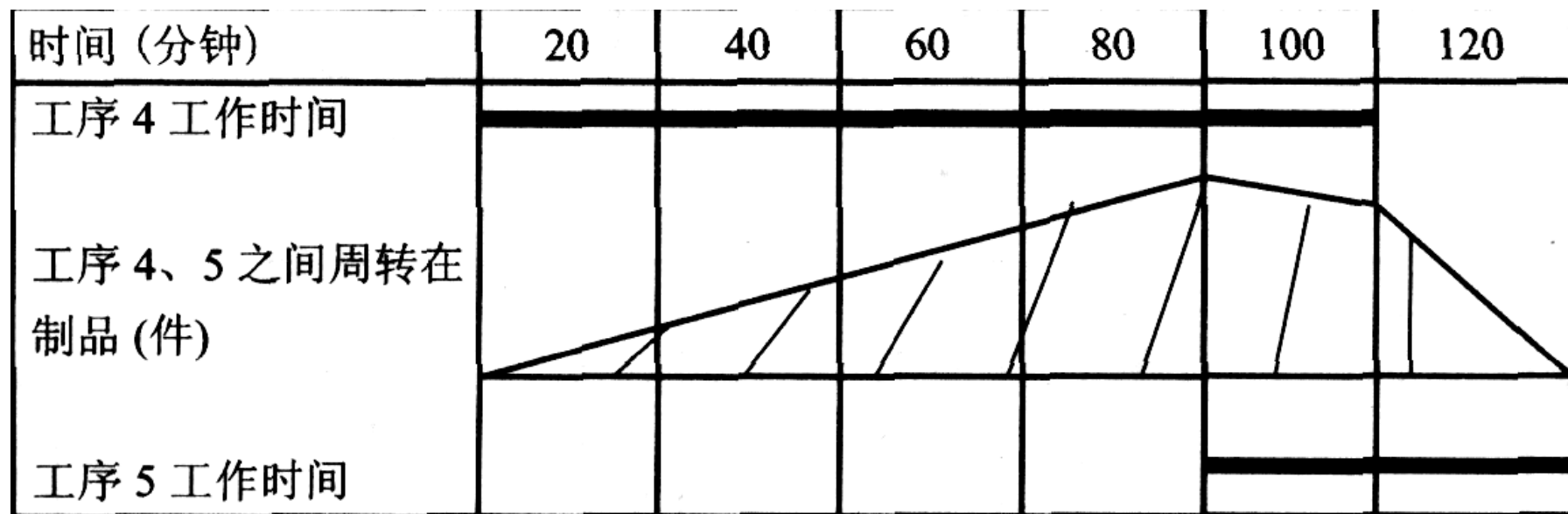


图 7-4 4、5 两道工序间周转在制品占用量形成与消耗示意图

③运输在制品占用量(Q_3)。运输在制品占用量是指流水线内处于运输过程中放置在运输工具上的在制品。通常对于间断流水线，由于周转在制品占用量可以满足运输过程的需要，不考虑运输在制品占用量。

对于连续流水线，其运输在制品占用量定额应为：

$$Q_3 = (\text{流水线工序数} - 1) \times \text{运输批量}。$$

- ④保险在制品占用量 (Q_4)。它是为了保证在流水线某一环节出现问题时, 生产仍能正常进行而建立的在制品。一般只需在设备易发生故障、废品发生可能性较大、负荷率较高的工序设置。
- 其定额为:

$$Q_4 = \frac{\text{消除工序故障所需的最短时间}}{\text{工序单件时间}}$$

- 流水线内在制品占用量 (Q_{in}) = $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$
- 一般对于连续流水线, 其在制品占用量 = $Q_1 + Q_2 + Q_3$
- 对于间断流水线在制品占用量 = $Q_1 + Q_2 + Q_4$

7.1.2 大量流水生产作业计划编制

- 大量流水生产作业计划编制采用的方法是在制品定额法。在大量流水生产企业中，生产过程具有：产品品种较少、产量较大、生产工艺稳定、工作专业化程度高、生产连续性强等特点。只要保证各车间、各工段之间衔接，解决好成制品、半成品的储备和供应的，生产过程就可以连续顺畅地进行。

- **在制品法**是利用预先制定的在制品定额，来协调和规定各车间生产任务的一种方法。它的基本原则是按反工艺顺序，从后向前环环相扣进行计算。
- **具体做法是：**先按生产计划规定的任务，确定最后车间或工艺阶段的出产量，然后考虑本车间、本工艺阶段在制品定额情况、废品出现情况、损耗情况等来确定本车间、本工艺阶段的投入量。在计算出最后车间、最后工艺阶段投入量的基础上，加上最后车间、最后工艺阶段与其前一车间、前一工艺阶段之间的库存半成品定额和有无半成品的需要等情况，确定前一车间、前一工艺阶段的出产量。依此规律，往前推算出一个一个车间、一个一个工艺阶段的出产量、投入量，直到第一车间（或工艺阶段）。在制品定额法的具体计算公式为：

- 在制品定额法的具体计算公式为：
- $Q_{出} = Q_{后投} + M_{销} + (Q_{末库} - Q_{初库})$
- $Q_{投} = Q_{本出} + M_{废} + (Q_{末定} - Z_{初实})$
- 式中： $Q_{出}$ — 某车间（或工艺阶段）生产量
- $Q_{后投}$ — 后车间（或工艺阶段）的投入量
- $M_{销}$ — 本车间（或工艺阶段）半成品外销量
- $Q_{末库}$ — 期末半成品定额
- $Q_{初库}$ — 期初半成品库存结存预计
- $Q_{投}$ — 某车间（或工艺阶段）投入量
- $Q_{本出}$ — 本车间（或工艺阶段）的出产量
- $Q_{末定}$ — 期末车间（或工艺阶段）在制品定额
- $Q_{初定}$ — 期初车间（或工艺阶段）在制品储备预计
- $M_{废}$ — 本车间可能发生的废品数量
- 以上单位均为件、台或个。举例说明。

7.2成批生产与单件小批生产作业进度安排

7.2.1成批生产期量标准制定

■ **1.批量和生产间隔期。**批量是指一次投入（或出产）生产同种制品（产品或零部件）的数量。生产间隔期又叫生产重复期，是前后两批同种制品投入或产出的间隔时间。批量大小，对生产的经济效益有很大的影响。

■ 批量与生产间隔期有着密切的关系。可用下列公式表示：

■ **批量 = 生产间隔期 × 平均日产量**

■ 确定批量和生产间隔期通常有两种方式，以量定期法和以期定量法。

■ **以量定期法**就是根据技术经济效果的综合要求，先计算出一个批量，然后再根据生产任务和批量来确定生产间隔期。具体有经济加工批量法和最小批量法。

■ 对于某些难以按标准批量组织生产的企业，由于生产条件不太稳定，可以采用以期定量法。**以期定量法**就是先将零件按复杂程度、工艺特点、价值大小等因素分类，然后主要凭经验确定各类零件的生产间隔期。

- **2.生产周期。**产品的生产周期是从原材料投入生产起，一直到成品出产为止的全部日历时间。产品的生产周期由各零部件的生产周期组成，包括零件的毛坯生产周期，机加工生产周期和装配生产周期，以及各工艺阶段之间的保险期时间之和。
- 确定生产周期标准，一般首先根据生产流程，确定零件在各个工艺阶段上的生产周期；然后确定零件生产周期；最后确定产品的生产周期。

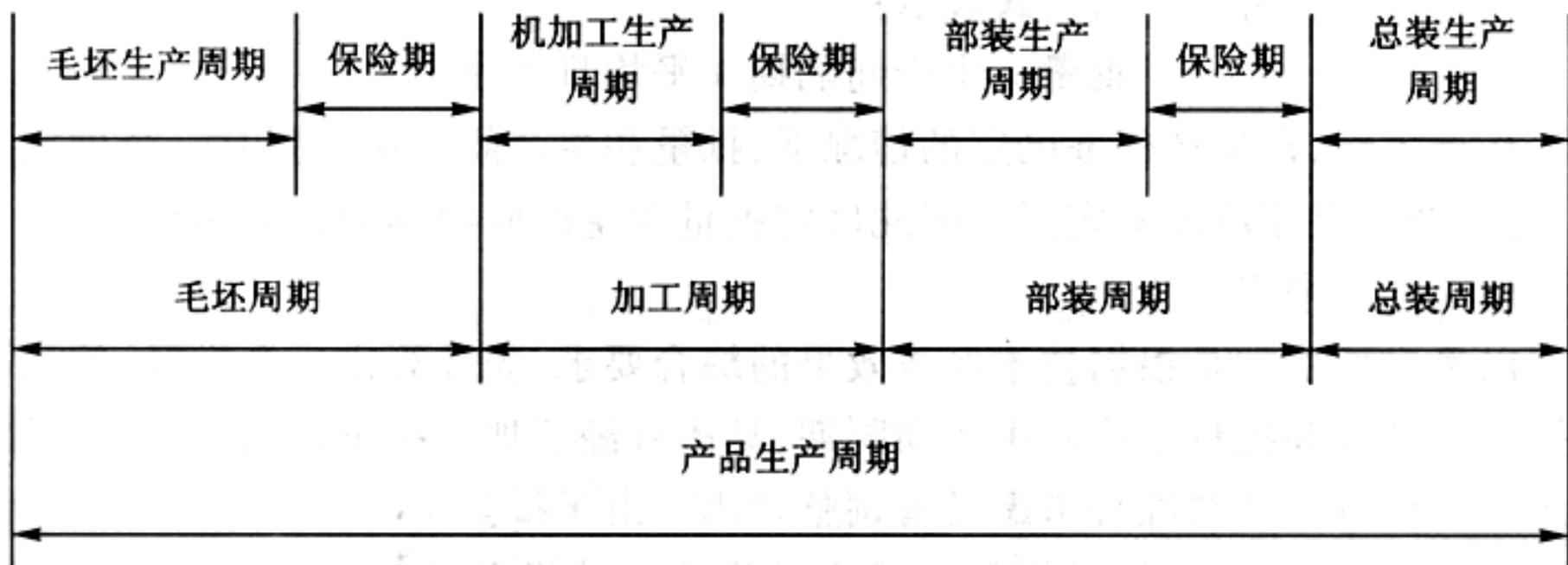


图 7-5 产品生产周期结构示意图

- **(1)零件工序生产周期。**指一批零件在某道工序上的作业时间。计算式：

$$T_{oi} = \frac{t_i Q}{S F_e k_t} + t_{pi}$$

- T_{oi} ——一批零件的第*i*道 工序生产周期，单位为天；
- t ——单件工序生产时间，单位为分；
- Q ——零件批量，单位为件或个；
- S ——同时完成该工序的工作中心数，单位为个；
- F_e ——有效工作时间，单位为分；
- k_t ——工时定额完成系数；
- T_{pi} ——第*i*道工序准备结束时间，单位为天。

- **(2)零件加工生产周期。**它是指零件从投入时刻起至加工完毕的时间长度。零件在整个加工过程中要经过多道工序加工，生产周期在很大程度上与零件在工序间的移动方式有关。
- 一批工件在工序间移动的方式有：顺序移动、平行移动和顺序平行移动。其中，平行移动的时间最短，顺序移动的时间最长。由于实际生产中一批工件各工艺阶段之间移动方式比较复杂，在制定生产周期一般采用一个平行系数加以修正。顺序移动方式的平行系数可以为1.0，一般平行系数采用0.5~0.8。
- 零件生产周期的计算公式如下：

$$T_o = \alpha \sum_{i=1}^m T_{oi} + (m-1)t_d$$

- 式中： T_o ——一批零件的加工生产周期，单位为天；
- α ——平行系数；
- m ——工序数目；
- t_d ——零件在工序之间移动时的平均间断时间，包括检验、运输及等待时间，单位为天。

- **(3)产品生产周期**。产品生产周期是各工艺阶段的生产周期与所有保险期之和。保险期包括工艺规定的自然时效时间、跨车间工序之间的协作时间及生产安全期时间。产品生产周期的计算公式为

$$T_o = \sum_{i=1}^m T_{oi} + \sum_{j=1}^n T_{sj}$$

- 式中： T_{oj} — j 工艺阶段的生产周期；
- T_{sj} — j 工艺阶段的保险期；
- n —工艺阶段数。

- 假设产品生产周期经过4个工艺阶段，阶段4无保险期，则产品生产周期计算公式如下：
- $T_o = T_{o1} + T_{is1} + T_{o2} + T_{is2} + T_{o3} + T_{is3} + T_{o4}$
- 式中： T_o —产品生产周期；
- T_{o1} —毛坯生产周期；
- T_{o2} —机加工生产周期；
- T_{o3} —部件装配生产周期；
- T_{is1} —毛坯保险期；
- T_{is2} —机加工保险期；
- T_{is3} —部件装配保险期；
- T_{o4} —组装生产周期。
- 以上单位均为天。

- 图7-6是一个简化了的产品生产周期示意图。整个产品的生产周期是60天，各线段表示各零件从开始生产到完工的工艺阶段，其长度表示该零件在毛坯和机加工阶段的生产周期。本例是从最后工序开始，向相反的方向画线所做的生产周期图，称为**倒排**，图中无安全时间，是理想的生产周期图。

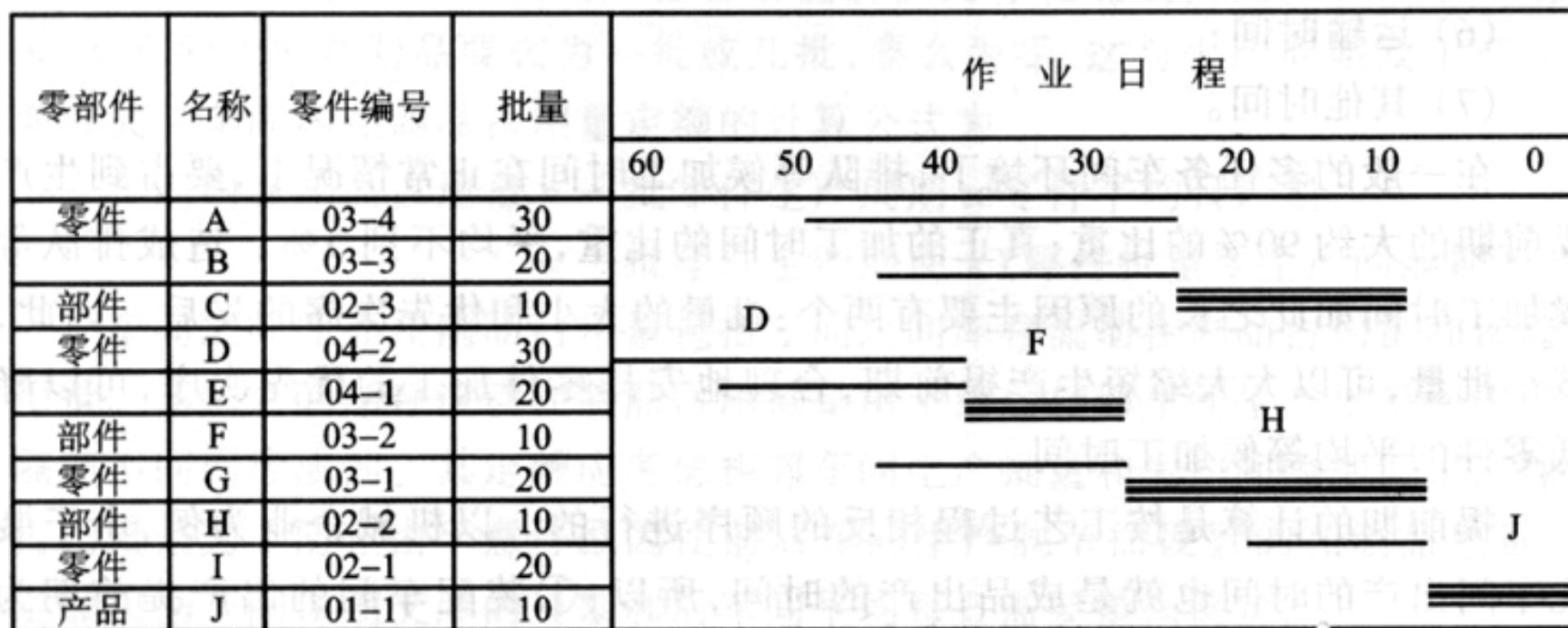


图 7-6 产品生产周期示意图

- 制定产品生产周期标准，应注意以下问题：
- (1)首先找出从最初的零件加工，到部件组装，然后到总装的最长时间加工顺序路线，它决定了产品生产周期的最大长度。在图7-6中，关键路线是D→F → H → J。
- (2) 其余零部件的工艺加工阶段，从最后工序开始，逆向安排零件的加工顺序，可使工序音质间隔时间最短。
- (3)考虑各种设备的最大负荷限制，错开某些零件的加工时间，使设备负荷尽量均衡。

- **3、生产提前期。**生产提前期是指产品（零件）在各生产环节出产（投入）的时间同成品出产时间相比所要提前的时间。产品在每一个生产环节上都有投入和出产之分，因而提前期也分为投入提前期和出产提前期。实践表明，由于多种原因的影响，实际的生产提前期一般大大超过真正用于加工产品（零件）的时间，其中包含着大量的闲置时间，按照占生产提前期比重的重要次序，可以将生产提前期的构成要素排列如下：

- （1）排队等候加工时间；
- （2）加工时间；
- （3）更换作业的准备时间；
- （4）停放时间（等候运输的时间）；
- （5）检验时间；
- （6）运输时间；
- （7）其他时间。

- 提前期的计算是按工艺过程相反的顺序进行的。以机械企业为例，由于装配车间出产的时间也就是成品出产的时间，所以：（1）装配车间的出产提前期为零；（2）根据装配车间的生产周期计算装配车间的投入提前期；（3）根据装配车间的投入提前期加入一定的安全期计算机械加工车间的出产提前期；依次反工艺类推，一直算到毛坯车间的投入提前期。当各生产工艺阶段批量相等时，计算公式为：
 - 某车间投入提前期 = 本车间出产提前期 + 本车间生产周期
 - 某车间出产提前期 = 后车间投入提前期 + 保险期
 - 对于各工艺阶段生产加工批量不等时，计算公式为
 - 某车间投入提前期 = 本车间出产提前期 + 本车间生产周期
 - 某车间出产提前期 = 后车间投入提前期 + (本车间生产间隔期 - 后车间生产间隔期) + 保险期

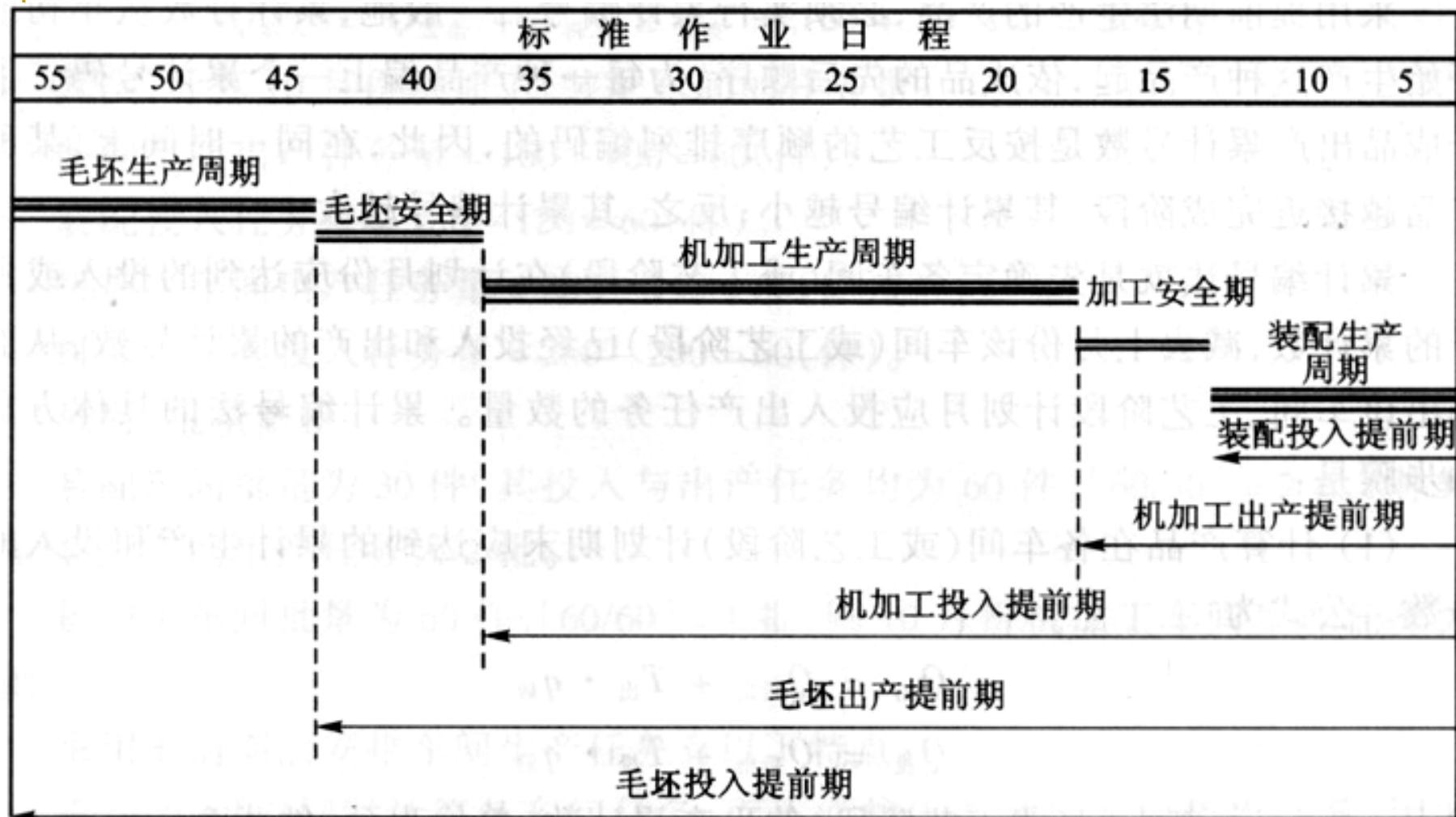


图 7-7 机械企业生产提前期

- **4、在制品定额。**对于成批生产来说，在制品在各工艺阶段的存在是成批的。在某个计划期末，某车间内的在制品要么为一批或几批，要么为零，这与生产周期及生产间隔期有关。
- **车间内在制品占用量定额计算**
- 车间内在制品占用量 = 一批零件生产周期 × 零件平均日产量 = 一批零件生产周期 × 零件批量 / 生产间隔期
- 车间之间库存在制品占用量包括车间之间库存流动在制品占用量和保险占用量。车间之间库存流动在制品占用量是由于前后相邻车间生产批量和生产间隔期不同而形成的。其定额应考虑相邻车间生产批量和生产间隔期而定。保险占用量是为了防止由于意外原因使前后车间生产脱节而设置的在制品数量，其定额根据车间误期交库的日期和后车间平均每日需要量来确定。

7.2.2 成批生产作业计划编制

- 成批生产过程主要特征是品种多、每种产品产量多少不一、各种产品轮番生产。在成批生产中，前后车间之间的联系主要表现在生产提前期上，作业计划的编制方法通常采用提前期法，又称累计编号法。
- 一般地，累计号数从年初或开始生产这种产品起，依成品的先后顺序，为每一种产品编上一个累计号码。

■ **累计编号法**就是先确定各车间（或工艺阶段）在计划月份应达到的投入或出产的累计数，减去上月份该车间（或工艺阶段）已经投入和出产的累计号数，从而得出该车间（或工艺阶段）计划月应投入出产任务的数量。累计编号法的具体方法和步骤是：

■ **(1)** 计算产品在各车间计划期末应达到的累计生产和投入的号数。公式为：

$$Q_{\text{出}} = Q_{\text{后出}} + T_{\text{出}} \times q_{\text{后}}$$

$$Q_{\text{投}} = Q_{\text{后出}} + T_{\text{投}} \times q_{\text{后}}$$

■ 式中：

■ $Q_{\text{出}}$ —某车间（或工艺阶段）的出产累计数，单位为台、件或个；

■ $Q_{\text{后出}}$ —最后车间（或工艺阶段）的出产累计数，单位为台、件或个；

■ $T_{\text{出}}$ —本车间（或工艺阶段）出产提前期，单位为天或小时；

■ $q_{\text{后}}$ —最后车间（或工艺阶段）平均日产量，单位为台、件/天；

■ $Q_{\text{投}}$ —某车间（或工艺阶段）的投入累计数，单位为台、件或个；

■ $T_{\text{投}}$ —本车间（或工艺阶段）投入提前期，单位为天或小时。

- **(2)** 计算各车间（或工艺阶段）计划期内应完成的出产量和投入量。公式为：
 - 某车间计划期出产任务量=该车间计划期末出产累计号数-该车间计划期初已出产累计号数
 - 某车间计划期投入任务量=该车间计划期末投入累计号数-该车间计划期初已投入累计号数
- **(3)** 如果是严格按照批量进行生产的话，则计算出的车间出产量和投入量，按照与批量相等或成整数倍关系，将投入量与出产量进行修正。

- 例7—2 某企业成批生产一种产品，在10月初已累计投入120号，累计出产100号，根据生产计划的要求，10月份装配车间，累计出产达到160号，平均日产量2台，装配生产周期为10天，装配车间的批量是30件。装配车间的前一车间是机加工车间，加工车间出产提前期为20天，投入提前期为50天，机加工车间的批量是60套，10月初加工车间累计出产达到140号，投入达到200号。计算机加工车间、装配车间的10月份计划投入、出产任务量。

- 首先，计算各车间10月份的出产、投入累计号数。

- $$Q_{\text{装入}} = Q_{\text{装出}} + T_{\text{装入}} \times q_{\text{装}} = 160 + 10 \times 2 = 180 \text{号}$$

- $$Q_{\text{机出}} = Q_{\text{装出}} + T_{\text{机出}} \times q_{\text{装}} = 160 + 20 \times 2 = 200 \text{号}$$

- $$Q_{\text{机入}} = Q_{\text{装出}} + T_{\text{机入}} \times q_{\text{装}} = 160 + 50 \times 2 = 260 \text{号}$$



- 其次，计算10月份机加工、装配车间的任务量。
- 装配车间出产任务量=160-100=60(件)；
- 装配投入任务量=180-120=60(件)。
- 机加工车间出产任务量=200-140=60(件)；
- 机加工车间投入任务量=260-200=60(件)。
- 最后，批量修正。
- 装配车间批量为30件，其投入与出产任务均为60件， $[60 / 30]=2$ 批，则10月份装配车间生产任务为2批。
- 机加工车间批量为60件， $[60 / 60]=1$ 批，则10月份机加工车间生产任务为1批。
- 采用提前期法安排车间生产任务有以下特点：
- 第一，它可以同时计算各车间任务，而不必按工艺顺序方向依次计算，因此加快了计划编制速度。
- 第二，由于同一台产品所有零件都属于同一个累计编号，所以，只要每个生产环节都能出产到计划规定的累计号数，就能有效地保证零件的成套性。

7.2.3 单件小批生产作业计划编制

■ 单件小批生产的产品品种、数量和交货时间都不稳定，产量少，重复性生产少，属于一次性生产。编制这类企业的作业计划特点是，各种产品的数量任务完全取决于订货的数量，不需要再进行计算。解决的问题是产品在各车间出产和投入时间能够相互衔接起来，保证成品的交货期。单件小批生产应用生产周期法编制生产作业计划的步骤是：

■ 首先，编制各项订货产品的投入出产综合进度计划表；

■ 其次，分车间、科室进行能力与任务的平衡；

■ 第三，任务与能力平衡后，运用生产周期图表，在综合进度计划中摘录出属于每个车间的当月应该投入和生产的任务，按订货先后顺序确定各产品零部件在各工艺阶段的投入、出产日期，就可得出当月每个车间的生产任务。

- 【例7-3】 某企业3张订货单的编号为8606、8607、8608，产品出产时间、数量、工艺规定见表7-2。

表 7-2 产品生产周期表

订货单号	产品代号	产品出产时间	数量	单台毛坯制造时间	毛坯—机加之间保险期	单台机加时间	机加—装配之间保险期	单台装配时间	单台试验时间
8606	A	10月20日	1台	10天	5天	30天	5天	20天	5天
		10月30日	1台						
8607	B	10月20日	1台	10天	5天	25天	5天	20天	5天
8608	C	11月30日	2台	10天	5天	20天	5天	30天	5天

- 首先，绘制产品投入出产综合进度表，如图7—8所示。

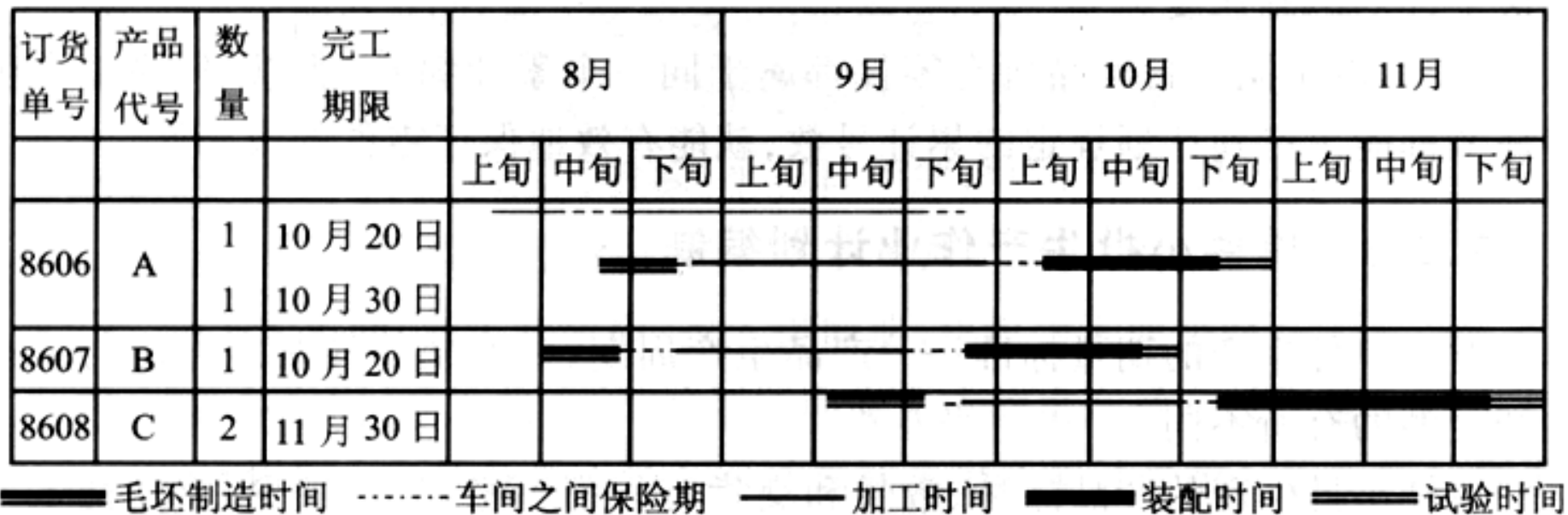


图 7-8 产品投入出产综合进度表

- 根据综合进度计划表中所列的各项订货任务以及生产进度的具体安排，核算和平衡各车间的生产能力，然后把每一个车间的计划任务从投入出产进度表中单独取出来，重新加以编制，绘制成作业计划的形式，下达给每个车间(或工艺阶段)。

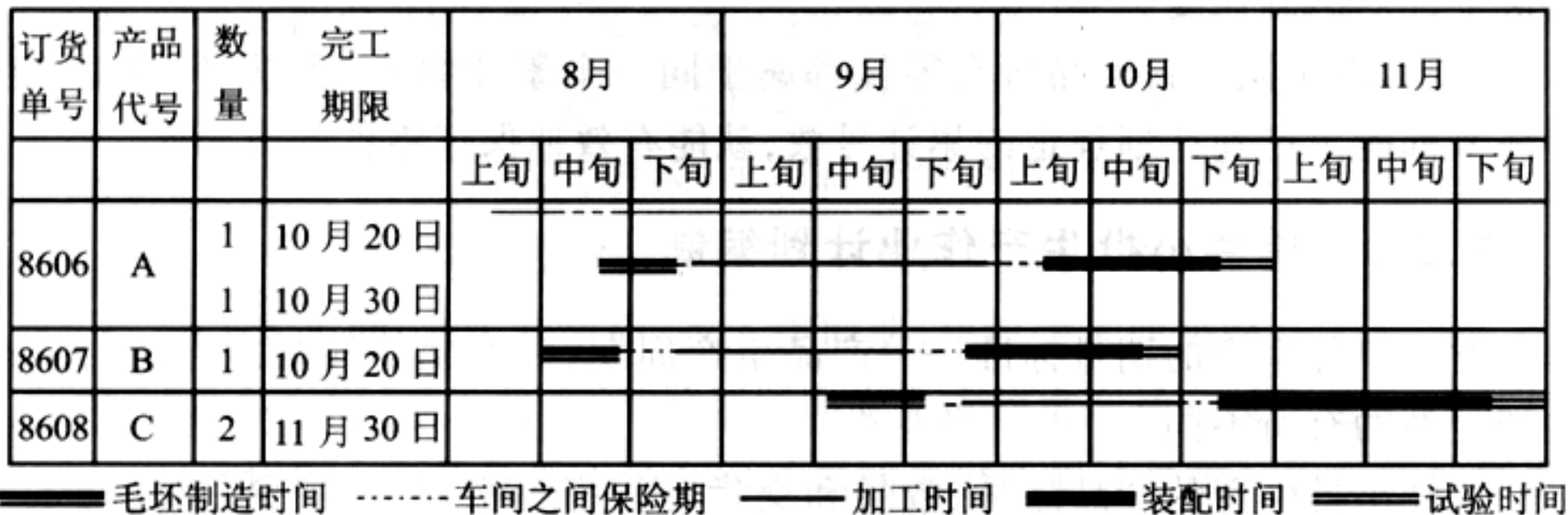


图 7-8 产品投入出产综合进度表

7.3 项目型生产作业计划编制

- 项目是一种一次性的工作，应当在规定的时间内，由为此专门组织起来的人员来完成，有明确的预期目标和可利用资源范围，运用多学科的知识来解决问题，没有或很少有以往的经验可以借鉴。所以项目一般具有一次性、复杂性等特点。一般常用的制定进度计划的方法有：
 - **1.关键日期表。**它是一种较简单的进度计划方法，一般只列关键活动和进行的日期。
 - **2.甘特图（线条图，横道图）。**它是以每条横线表示每项活动的起止时间，是小型项目常用的工具，在大型项目中是高级管理层了解全局、基层安排进度时有用工具。

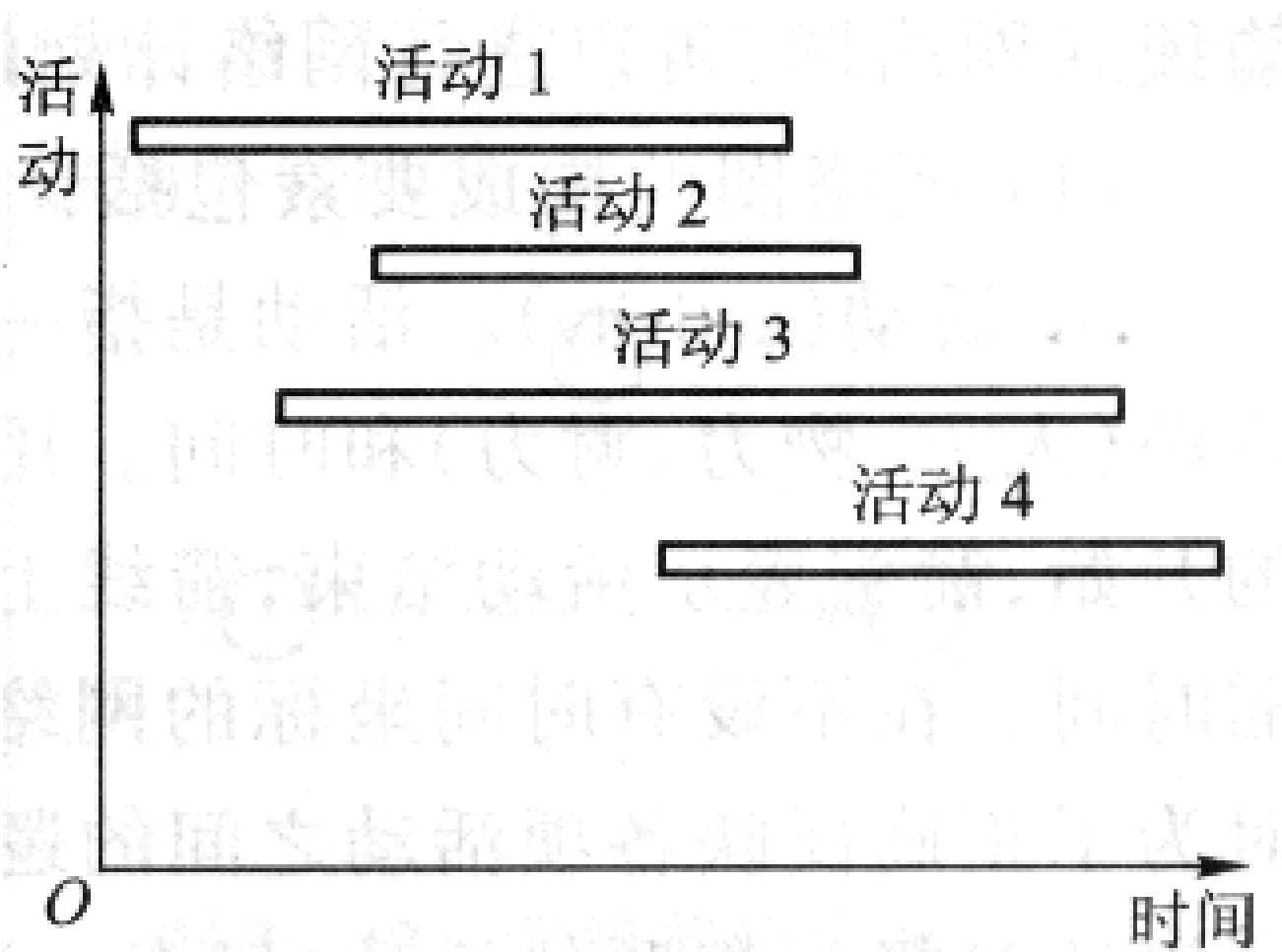


图 7-9 甘特图

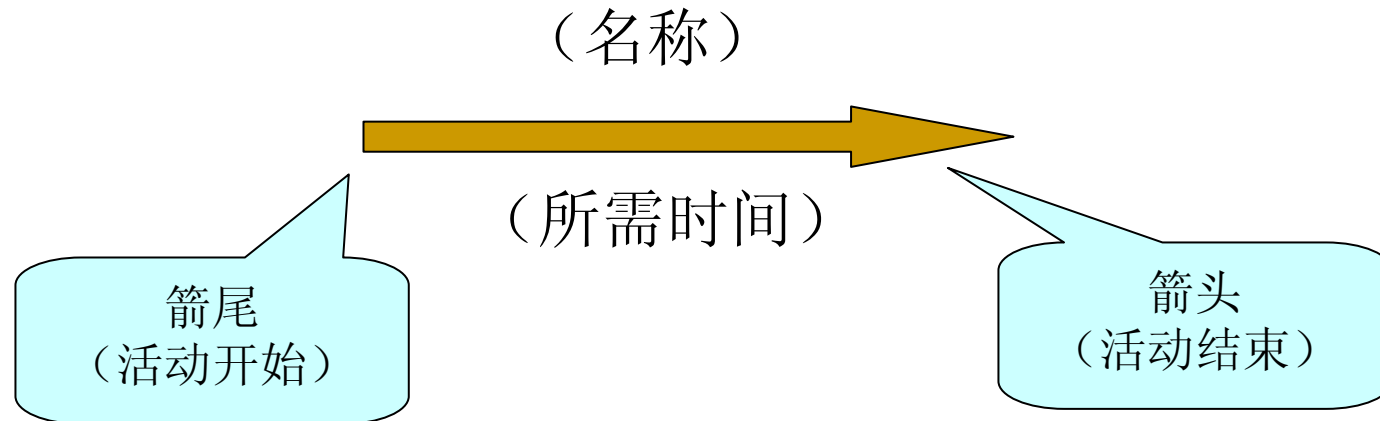
-
- **3.网络计划技术。**它是指许多相互联系与相互制约的活动所需资源与时间及其顺序安排的一种网络状计划方法。其基本原理，是利用网络图表示计划任务的进度安排和各项活动之间的关系；在此基础上进行网络分析，计算网络时间值、确定关键路线；利用时差，不断改进网络计划，求得工期、资源与成本的优化。
-

7.3.1 网络计划技术

- 网络计划技术中应用最广、最具有代表性的是关键路线法（**CPM**）和计划评审技术（**PERT**），两者实质上相同，区别在于**CPM**中项目时间是肯定的、非随机的，而**PERT**中项目时间是非肯定的、随机的。

■ 1. 网络图

- 网络计划技术应用的第一步是绘制网络图。网络图有两种形式。一种是以箭线表示活动，称为**箭线式网络图**；另一种是以圆圈表示活动，称为**结点式网络图**。下面主要介绍箭线式网络图，尽管目前结点式网络图应用更为广泛，但用箭线式网络图，可以进行网络计划的优化。网络图构成要素：（1）活动（activity）。（2）事项（event）。（3）路线（path）。



活动的表示

- 编制网络图编制的原则有：
- **(1) 有向性。**箭头不能从一个事项出发，又回到原来的事项上。
- **(2) 箭线首尾必须有结点。**不能从一条箭线中间引出另一条箭线。
- **(3) 二点一线。**相邻两个节点之间只能有一条箭线。
- **(4) 事项编号由小到大，由左至右；**
- **(5) 源汇合一。**网络图中只有一个源和一个汇。每一条线路都可以由源到汇；
- **(6) 不允许无先行作业或无后续作业的中间事项。**先行作业又称**紧前作业**，指某作业开始之前它必须完成的相邻作业；后续作业又称**紧后作业**，是指某作业完成之后才可以开始的相邻作业。

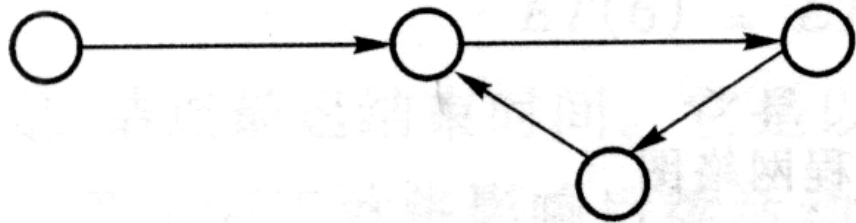


图 7-11 活动有向性的错误画法

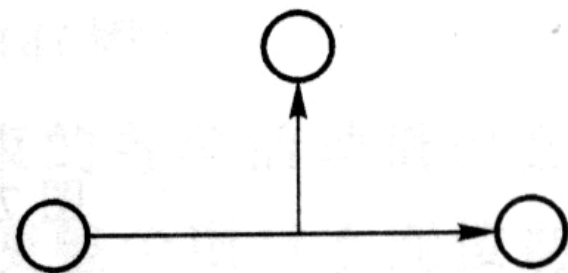
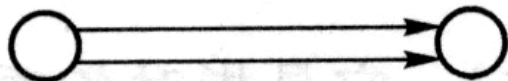
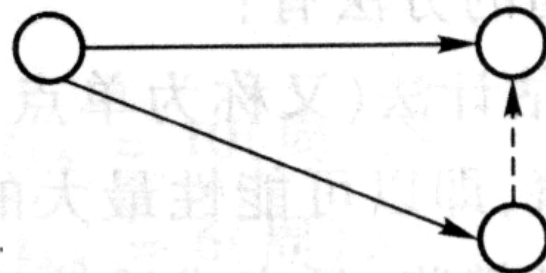


图 7-12 箭线的错误画法

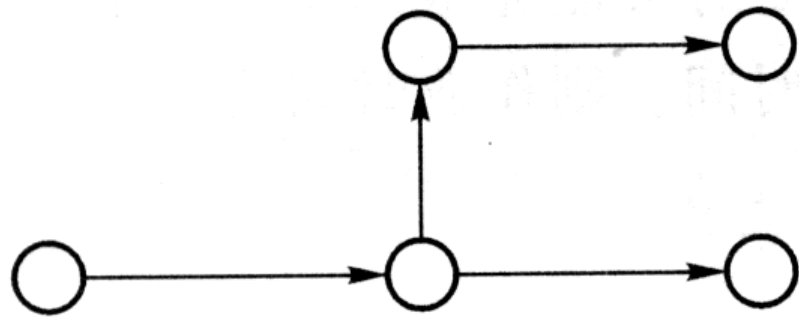


(a) 错误画法

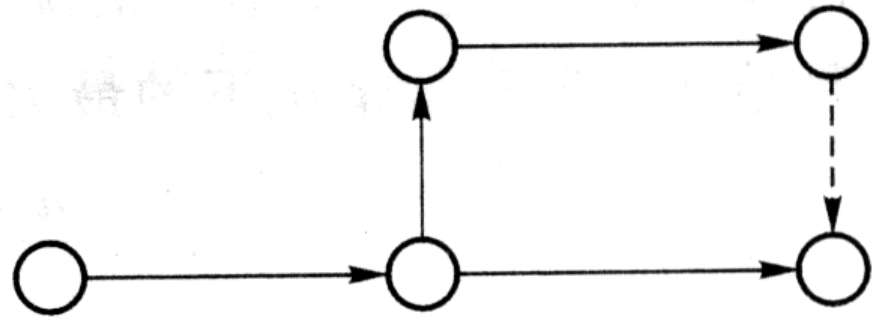


(b) 正确画法

图 7-13 交叉作业的表示法



(a) 错误画法



(b) 正确画法

图 7 - 14 先行作业与后续作业的代表法

- 【例7-4】 某一修理工程需完成的活动及活动之间关系如表7-3所示，按上述原则可绘制如图7-15所示的网络图。

表 7-3 某修理工程的活动之间关系

活动名称	活动代号	紧前活动	活动的作业时间(周)
整机解体	A	—	2
检查电路	B	A	2
检查传动装置	C	A	1
修复电路	D	B	6
更换电源	E	C	4
装机	F	D, E	4

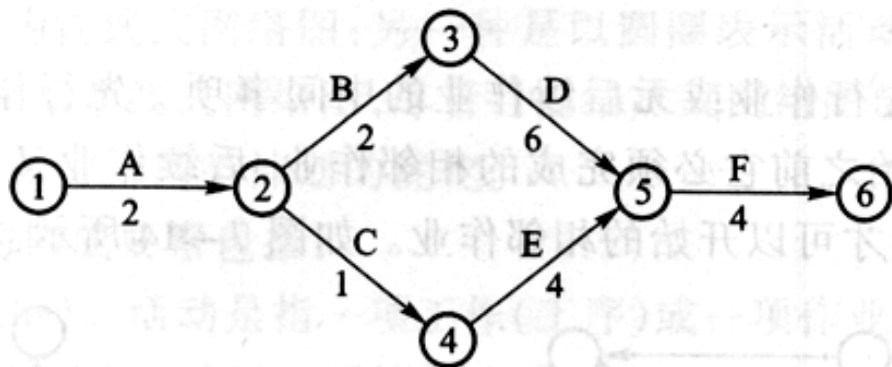


图 7-15 某修理工程网络图

■ 2. 网络时间计算

- (1) 确定各项活动的作业时间。作业时间是指完成一项活动所需的时间，用 t 表示。作业时间的单位可以是小时、日或周、月等。它是计算其它各项时间值的基础。确定作业时间的方法有：

- ①**单一时间估计法**（又称单点估计法）。是指对各项活动的作业时间只确定一个时间值，即以可能性最大的作业时间为准。

- ②**三种时间估计法**（又称三点估计法）。

$$t = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

a —最乐观时间
 b —最保守时间
 m —最可能时间

- (2) 结点时间的计算

- 结点本身并不占用时间，它只是表示某项工作应在某一时刻开始或结束。

- ①结点最早开始时间。是指从该结点开始的各项活动最早可能开始的时间。

- 若以 $ET(j)$ 表示结点 j 的最早开始时间，则
- $$ET(j) = \max \{ ET(i) + t_{i,j} \}$$
- 一般 $ET(1)=0$ ，即始点的最早开始时间为零。

- 例7-4计算:
- 令 $ET(1)=0$, 则有
- $ET(2)=ET(1)+t_{1,2}=2$ (周)
- $ET(3)=ET(2)+t_{2,3}=4$ (周)
- $ET(4)=ET(2)+t_{2,4}=3$ (周)
- $ET(5)=\max\{ET(3)+t_{3,5}, ET(4)+t_{4,5}\}=\max\{4+6, 3+4\}=10$ (周)
- $ET(6)=ET(5)+t_{5,6}=14$ (周)

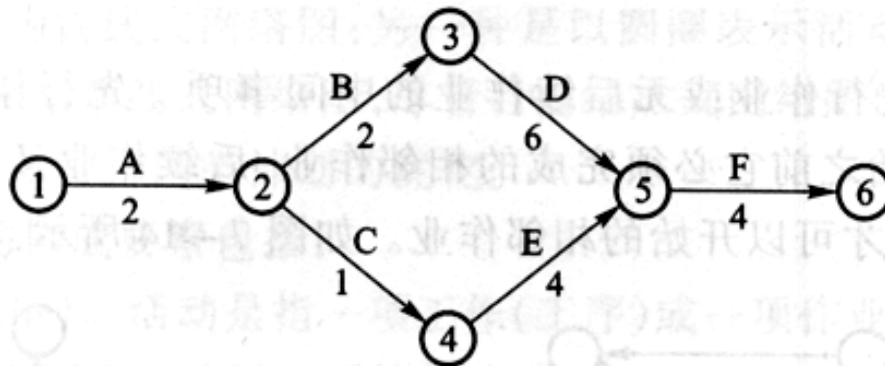


图 7-15 某修理工程网络图

- ②结点最迟结束时间。是以该结点为结束的各项活动最迟必须结束的时间。若不完工就将影响后续活动的按时开工，使整个项目不能按期完成。
- 一般网络终点的最迟结束时间等于它最早开始时间。若以 $LT(i)$ 表示结点*i*的最迟完工时间，则

$$LT(i) = \min \{ LT(j) - t_{i,j} \}$$

- 例7-4计算：令 $LT(6) = ET(6) = 14$ 周，则
- $LT(5) = LT(6) - t_{5,6} = 10$ (周)
- $LT(4) = LT(5) - t_{4,5} = 6$ (周)
- $LT(3) = LT(5) - t_{3,5} = 4$ (周)
- $LT(2) = \min\{LT(3) - t_{2,3}, LT(4) - t_{2,4}\} = \min\{4 - 2, 6 - 1\} = 2$ (周)
- $LT(1) = LT(2) - t_{1,2} = 0$ (周)

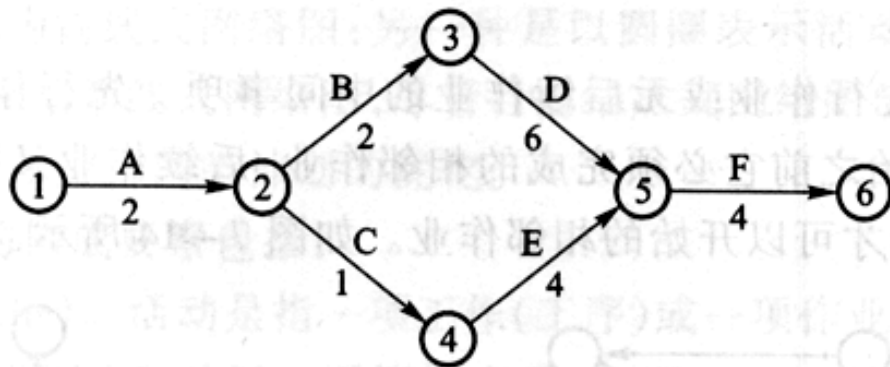


图 7-15 某修理工程网络图

■ (3) 活动时间的计算

- ①活动的最早开始时间。指该活动最早可能开始时间。它等于代表该活动的箭线的箭尾结点的最早开始时间。若 $ES(i,j)$ 为活动 (i,j) 的最早开始时间，则

$$ES(i, j) = ET(i)$$

- ②活动的最早完工时间。指该活动可能完工的最早时间。它应该是该活动最早开始时间加上其作业时间。若 $EF(i,j)$ 为活动 (i,j) 的最早完工时间，则

$$EF(i, j) = ES(i, j) + t_{i,j} = ET(i) + t_{i,j}$$

- ③活动的最迟开始时间。指为了不影响紧后作业的如期开工，而最迟必须开工时间。它可通过箭头结点的最迟结束时间减去该作业时间而得到。若 $LS(i,j)$ 为活动 (i,j) 的最迟开始时间，则

$$LS(i, j) = LT(j) - t_{i,j}$$

- ④活动的最迟完工时间。指该活动最迟开始时间与其作业时间之和。若 $LF(i,j)$ 为活动 (i,j) 的最迟完工时间，则

$$LF(i, j) = LT(j)$$

■ 3. 时差与关键路线

- (1) 活动总时差。指在不影响整个项目完工时间的条件下，某项活动的最迟开工时间与最早开工时间的差。它表明该活动开工时间允许推迟的最大限度，也称“宽裕时间”或“富余时间”。若活动总时差用 $S(i,j)$ 表示，其计算公式为

$$\begin{aligned} S(i, j) &= LS(i, j) - ES(i, j) \\ &= LF(i, j) - EF(i, j) \\ &= LT(j) - t_{i,j} - ET(i) \end{aligned}$$

- 例7-4计算，活动总时差为：
- $S(1,2)=LT(2)-t_{1,2}-ET(1)=2-2-0=0$ 周；
- $S(2,3)=LT(3)-t_{2,3}-ET(2)=4-2-2=0$ 周；
- $S(2,4)=LT(4)-t_{2,4}-ET(2)=6-1-2=3$ 周；
- $S(3,5)=LT(5)-t_{3,5}-ET(3)=10-6-4=0$ 周；
- $S(4,5)=LT(5)-t_{4,5}-ET(4)=10-4-3=3$ 周；
- $S(5,6)=LT(6)-t_{5,6}-ET(5)=14-4-10=0$ 周；

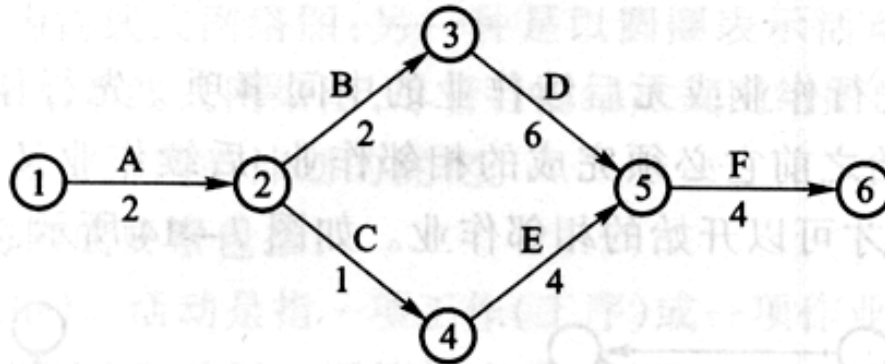


图 7-15 某修理工程网络图

- (2) 活动单时差。指在不影响下一个活动的最早开工时间的前提下，该活动的完工期可能有的机动时间，又称为“自由富余时间”。它是以不影响紧后作业的最早开始时间为前提，是总时差的一部分。若用 $R(i,j)$ 表示，计算公式为

$$\begin{aligned} R(i, j) &= ES(j, k) - EF(i, j) \\ &= ET(j) - [ES(i, j) + t_{i,j}] \\ &= ET(j) - ET(i) - t_{i,j} \end{aligned}$$

- 式中 $ES(j,k)$ ——紧后作业的最早开始时间。

- 例7-4计算。
- $R(1,2)=ET(2)-ET(1)-t_{1,2}=2-0-2=0$ 周；
- $R(2,3)=ET(3)-ET(2)-t_{2,3}=4-2-2=0$ 周；
- $R(2,4)=ET(4)-ET(2)-t_{2,4}=3-2-1=0$ 周；
- $R(3,5)=ET(5)-ET(3)-t_{3,5}=10-4-6=0$ 周；
- $R(4,5)=ET(5)-ET(3)-t_{4,5}=10-3-4=3$ 周；
- $R(5,6)=ET(6)-ET(5)-t_{5,6}=14-10-4=0$ 周；

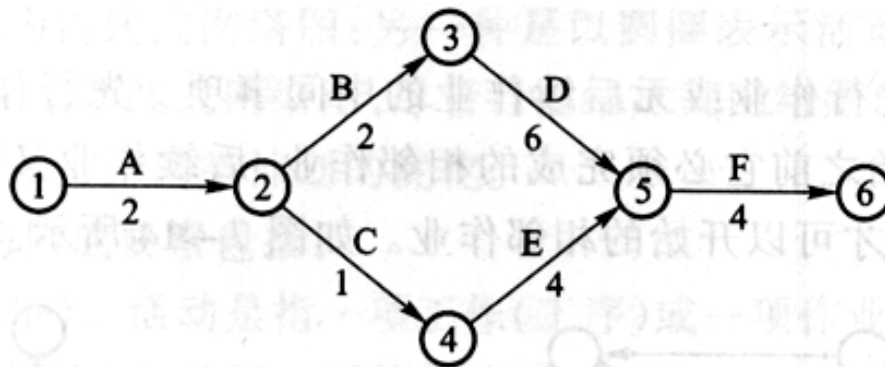


图 7-15 某修理工程网络图

- (3) 关键路线。指总时差为零的各活动的连线，是从始点到终点时间最长的路线。确定关键路线的方法有：最长路线法、时差法、破圈法。关键路线上作业时间之和称为**工期**。要缩短整个项目的工期，必须想办法缩短关键路线上作业时间。
- 关键路线： $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ ，工期 $T=2+2+6+4=14$ 周

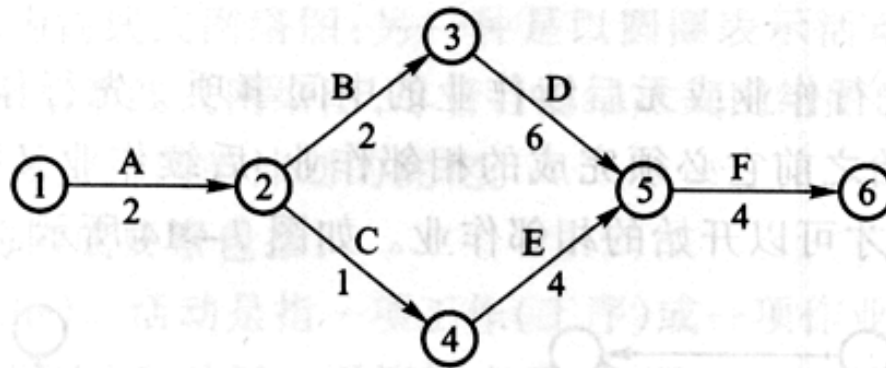


图 7-15 某修理工程网络图

■ 4. 网络计算方法

- 一般结点200个以下，调整次数较少时，可人工计算。否则人工计算量很大，费时间，且容易出错，可采用计算机软件，如Project 98，Project 2000。人工计算方法主要有：图上计算法、表上计算法、矩阵法。
- (1) 图上计算法。在网络图上直接进行计算，并把计算的结果标在图上。一般将最早开始和结束时间标入“□”内；将最迟开始和结束时间标入“△”内。这种方法只用于活动数不多时。

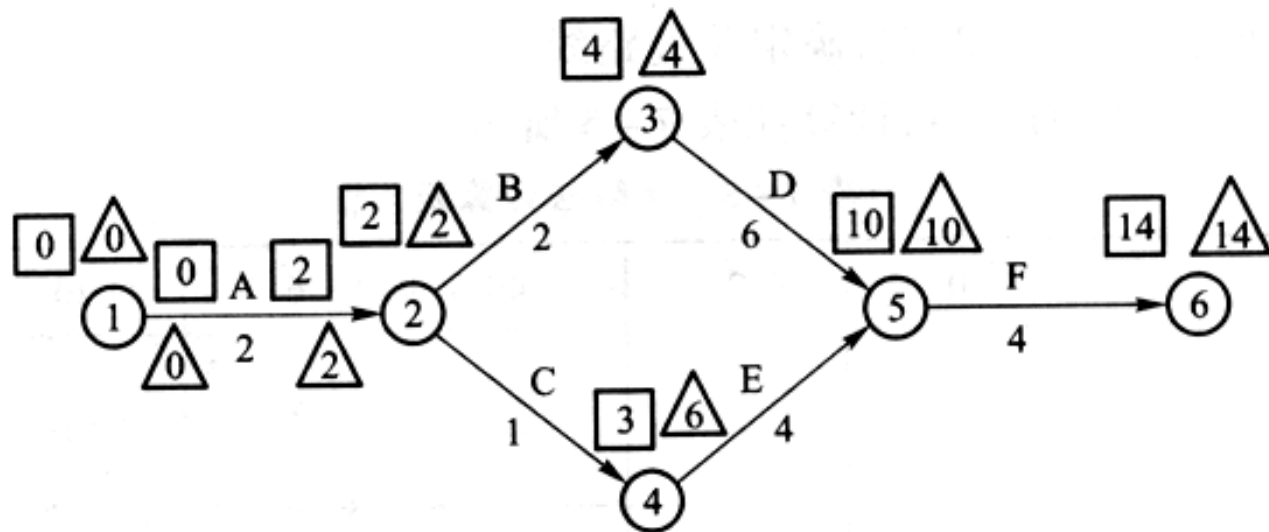


图 7-16 图上计算法

- (2) 表上计算法又称表格法。先制定一个表格，把各项活动的有关资料填入表格中，然后利用公式计算在表格上计算参数。这种方法方便，可弥补图上计算的不足，采用较多。如表7-1。

表 7-4 表上计算法

活动名称	结点编号		作业时间	最早开始时间	最早结束时间	最迟开始时间	最迟结束时间	总时差	单时间	关键作业
	i	j								
A	1	2	2	0	2	0	2	0	0	✓
B	2	3	2	2	4	2	4	0	0	✓
C	2	4	1	2	3	5	6	3	0	
D	3	5	6	4	10	4	10	0	0	✓
E	4	5	4	3	7	6	10	3	3	
F	5	6	4	10	14	10	14	0	0	✓

- (3) 矩阵法。根据结点数目编制一个 $N*N$ 矩阵，然后在矩阵的行和列上计算每一事项的最早开始时间和最迟结束时间。
- 其步骤为：
 - ①作 $N*N$ 矩阵 (N 为结点数)；
 - ②按顺序将各项作业时间 t 填入矩阵；
 - ③计算结点的最早开始时间。
- 方法：从左至右逐一按列计算，找出每个结点所在的列中数字对应行的结点，该结点的最早开始时间加上找出的数字，即为所在列结点的最早开始时间。若某一结点的所在列中有两个以上数字，则分别计算最早开始时间，取最大的为该结点的最早开始时间；

表 7-5 矩阵法计算表

LS		0	2	4	6	10	14
ES	$i \quad j$	①	②	③	④	⑤	⑥
0	①		2				
2	②			2	1		
4	③					6	
3	④					4	
10	⑤						4
14	⑥						

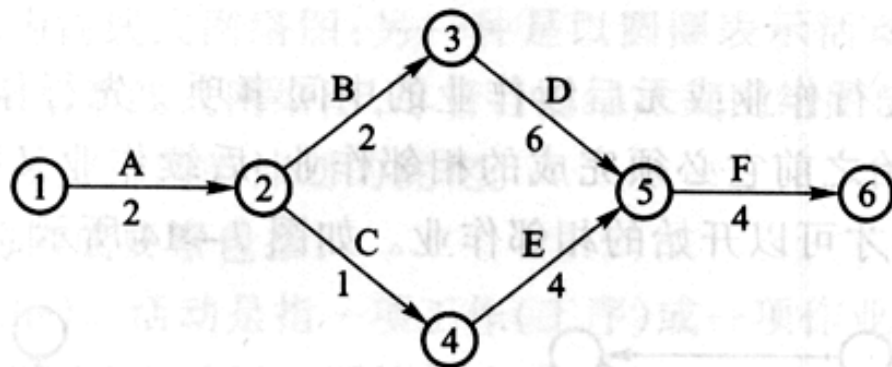


图 7-15 某修理工程网络图

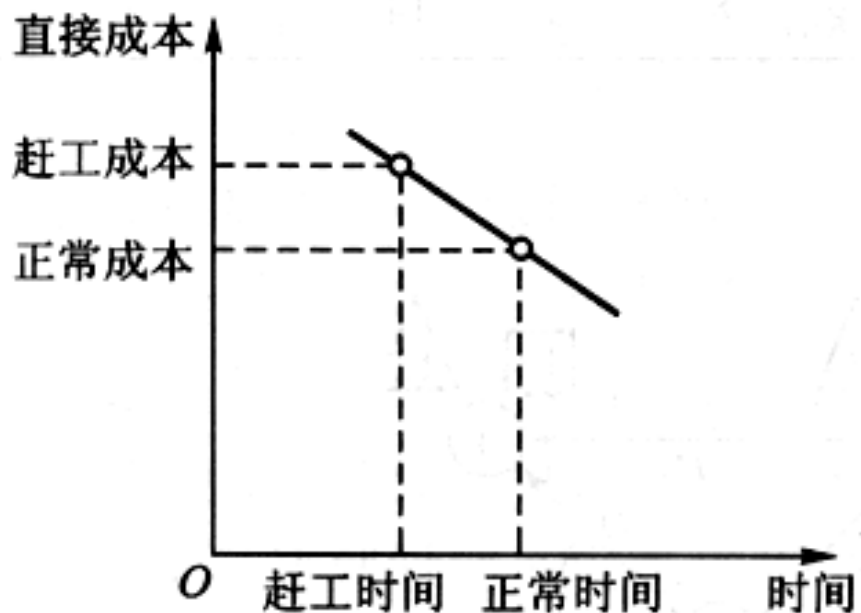
- ④计算结点的最迟开始时间。
- 方法：从下至上逐一按行计算，找出每个结点所在的行中数字对应列的结点，该结点的最迟开始时间减去找出的数字，即为所在列结点的最迟开始时间。若某一结点的所在列中有两个以上数字，则分别计算最迟开始时间，取最小的为该结点的最迟开始时间；
- ⑤根据公式计算总时差，确定关键路线。

■ 4. 网络计划优化

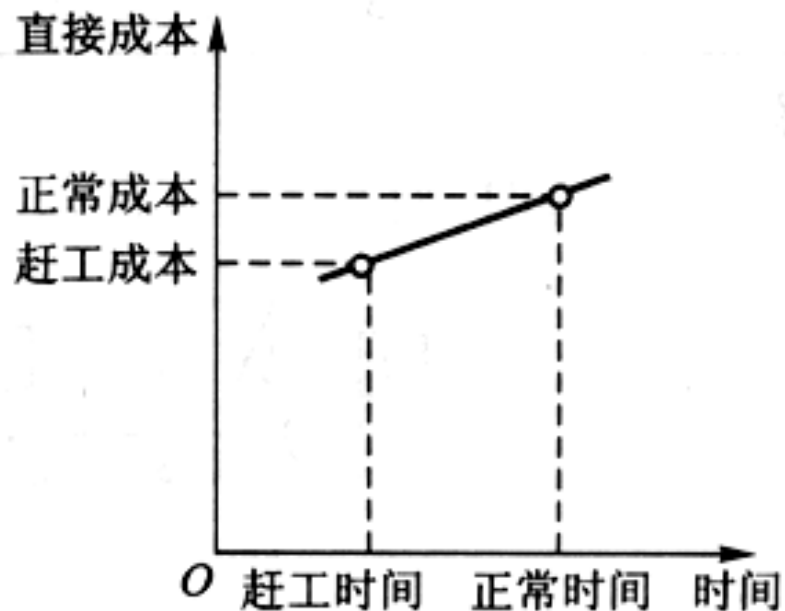
- 通过绘制网络图、计算时间参数和确定关键路线，可以得到一个初始的计划方案，但它一般可以满足不了技术经济指标要求。为此，通常需要进行调整与改善，使方案不断优化。即通过利用时差，不断改善网络计划的初始方案，在满足一定的约束条件下，寻求管理目标。网络计划优化包括时间—成本优化和时间—资源优化。

■ (1) 时间—成本优化

- 时间—成本优化又称最低成本日程，考虑工期和费用之间关系，寻求以最低的项目总费用获得最佳工期的一种方法。项目成本可分为直接成本和间接成本。优化的目的是找出总成本最低点的工期为**最佳工期**。



(a)



(b)

图 7-17 费用与时间之间的关系

- 时间—成本优化有手算法或线性规划法等，线性规划法运筹学中讲述。手算法的基本思路：通过压缩关键活动的作业时间来取得不同方案的总费用、总工期，从中进行比较，选出最优方案。其步骤为：
 - ①绘制网络图；
 - ②找出关键路线，计算工期；
 - ③计算正常时间的成本；
 - 正常成本 = Σ 各项活动直接成本 + 整个计划间接成本
 - ④计算网络计划各项作业成本斜率；

$$\text{成本斜率} = \frac{\text{赶工成本} - \text{正常成本}}{\text{正常时间} - \text{赶工时间}}$$

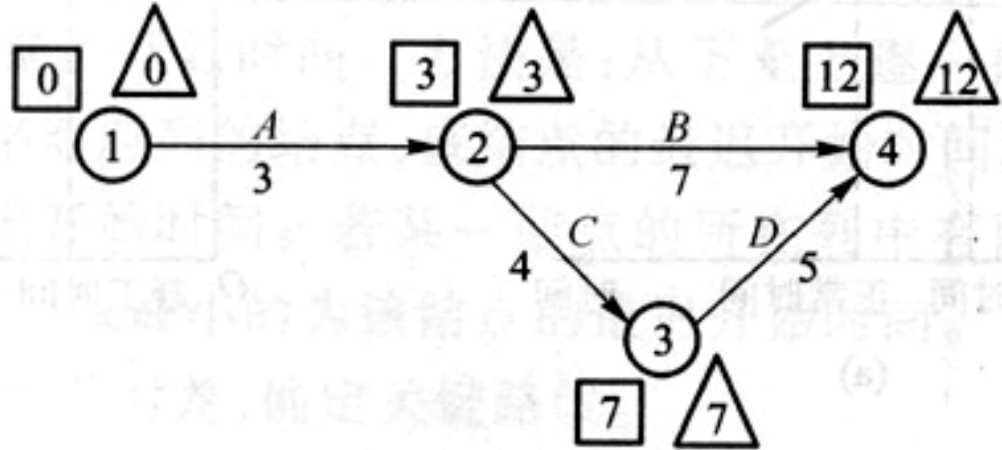
- ⑤选取关键路线上成本斜率最低活动作为赶工对象进行赶工；
- ⑥寻找新的关键路线，并计算赶工后的工期；
- ⑦赶工后的总成本；
- 赶工成本 = Σ (活动成本斜率 \times 赶工时间)
- 总成本 = 直接成本 + 赶工成本 + 间接成本
- ⑧重复5-7，计算各种改进方案的日程成本；
- ⑨确定最佳成本日程。举例说明。

- 例7-5 某工程计划共有四项活动，其成本和时间资料见表7-6,工程计划间接成本为4500元/天。

表 7-6 活动关系及费用、时间表

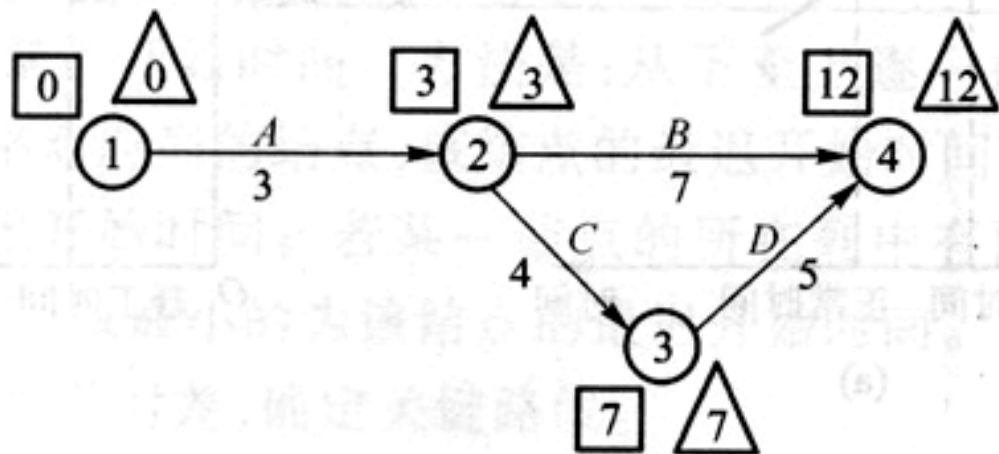
作业项目	紧前作业	正常作业时间(天)	赶工作业时间(天)	正常作业成本(千元)	赶工作业成本(千元)	成本(斜率) (千元/天)
A	—	3	1	10	18	4
B	A	7	3	15	19	1
C	A	4	2	12	20	4
D	C	5	2	8	14	2

- 解：
- (1)作网络图

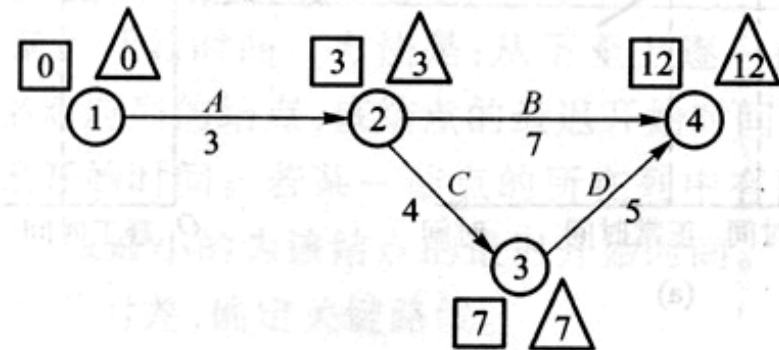


- (2)找出关键路径：活动A→C→D,工期 $S=3+4+5=12$ 天
- (3)计算正常时间下的总成本：
- 正常总成本 = $(10000+15000+12000+8000) + 4500 \times 12 = 99000$ (元)
- (4)计算作业成本斜率
- 作业A成本斜率 = $(18-10) / (3-1) = 4$ (千元/天)

- 作业B成本斜率= $(19-15) / (7-3)=1$ (千元 / 天)
- 作业C成本斜率= $(20-12) / (4-2)=4$ (千元 / 天)
- 作业D成本斜率= $(14-8) / (5-2)=2$ (千元 / 天)
- (5)选定赶工对象，关键路线上D斜率最低，可压缩到2天，但因A—B线路为10天，故先压缩到3天，A—C—D线路工期为10天。
- (6)新关键路线有两条，工期S=10天。
- (7)计算赶工后的总成本：
 - 总成本= $45000+2 \times 2000+4500 \times 10=94000$ (元)
- (8)重复步骤(5)至(7)，此时有可能方案为：压缩A的时间，压缩B与C的时间，压缩B与D的时间。



- 各种赶工方式的成本斜率为：作业A成本斜率为4(千元/天)，作业B与C成本斜率为5(千元/天)，作业B与D成本斜率为3(千元/天)。则
- ①先赶工B与D(斜率最小)，D只能再压缩1天，B也压缩1天，计算总成本：
 总成本=45000+(1000×1+2000×3)+9×4500=92500(元)
- ②作业A再压缩2天，计算总成本：
 总成本=45 000+(4 000×2+1 000×1+2 000×3)+7×4500=91 500(元)
- ③再压缩B与C(各2天)，计算总成本：
 总成本=45000+(4000×2+1000×3+2000×3+4000×2)+5×4500=92500(元)
- 而此时总成本提高，故最低日程为7天。



■ (2)时间—资源优化

- 资源包括人力、物力以及财力。资源常常是影响项目进度的主要因素。达到时间-资源优化，应考虑两种情况：

- 资源一定，寻求工期最短。
- 在工期一定的条件下，通过平衡资源，求得工期与资源的最佳结合。

■ 5.完成计划概率分析

- 确定计划任务在给定的日期内完成的可能性，这是PERT的特殊性质。分析基本方法：

- (1)计算关键路线上各项活动作业时间的标准差。

$$\sigma_e^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2 \quad \sigma_e = \sqrt{\left(\frac{b - a}{6} \right)^2} = \frac{b - a}{6}$$

a —最乐观时间
 b —最保守时间
 m —最可能时间

- (2)工期的标准差。它反映关键路线上活动作业时间分布的离散程度。

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{b_i - a_i}{6} \right)^2} = \sqrt{\sum \sigma_e^2}$$

- (3)计算工程完成的概率系数。

$$\lambda = \frac{T_k - T}{\sqrt{\sum \sigma_e^2}} = \frac{T_k - T}{\sigma_T}$$

- T_k —计划规定的完工日期
- 多个关键路线时，若 $T_k - T > 0$ ，选中 $\sum \sigma_e$ 最大。若 $T_k - T < 0$ ，选中 $\sum \sigma_e$
- (4)查正态分布函数表，求计划任务完成的概率 $P(\lambda)$ 。

- 例 7—6 某项目的网络图如图7-19所示，各活动时间参数如表7-7所示。计算该项目34天完工的可能性。若要求完成的可能性达到95.5%，项目的工期应规定为多少天？

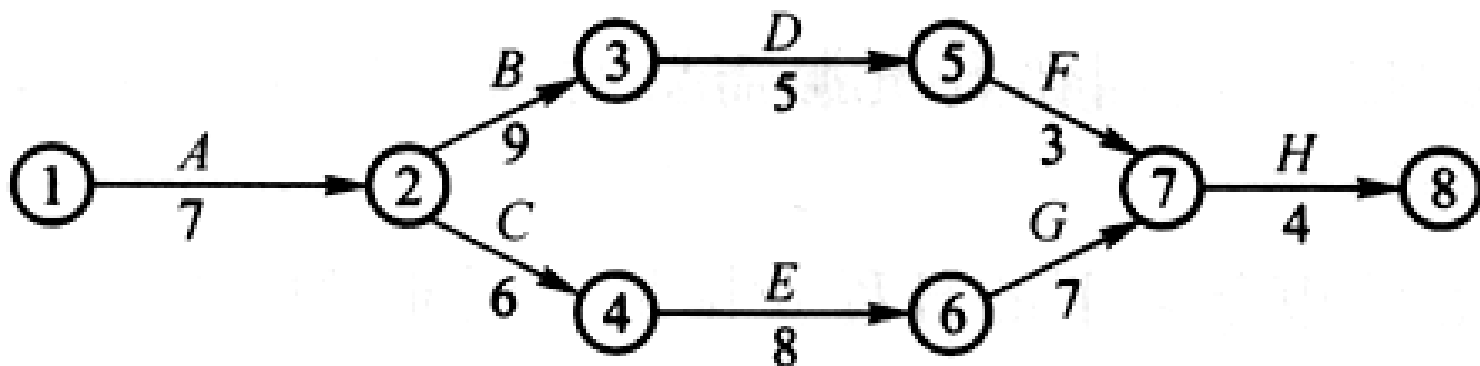


图 7 - 19 某项目网络图

表 7-7 各项作业时间参数表

活动代号	a (天)	m (天)	b (天)	t (天)	$\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$
A	5	6	13	7	1.78
B	7	9	11	9	
C	4	5	12	6	1.78
D	3	5	7	5	
E	6	8	10	8	0.44
F	1	3	5	3	
G	6	7	8	7	0.11
H	2	4	6	4	0.44

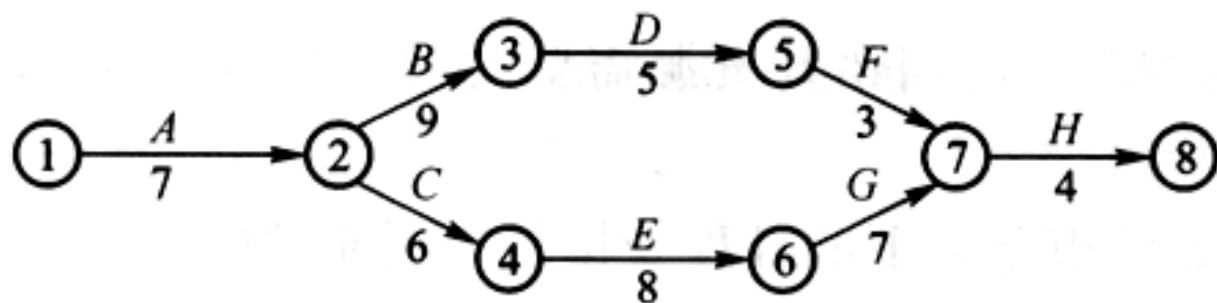


图 7-19 某项目网络图

- 解：计算各作业时间如表7-7中 t 值。利用最长路线法，确定关键路线为A→C→E→G→H，其工期为
- $T=7+6+8+7+4=32$ (天)
- 首先计算关键路线各活动方差，可得工期的标准差

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{b_i - a_i}{6} \right)^2} = \sqrt{\sum \sigma_e^2} = 2.13$$

- 代入公式可求得概率系数

$$\lambda = \frac{T_k - T}{\sigma_T} = \frac{34 - 32}{2.13} = 0.94$$

- 按 $\lambda = 0.94$ 查正态分布表，求得 $P(\lambda) = 83\%$ ，即该任务34天完成的概率为83%。计算完工的可能性达到95.5%的工期。由公式

$$T_k = T + \lambda \sqrt{\sum \sigma_e^2} = T + \lambda \sigma_T$$

- 查正态分布表 $P = 95.5\%$ 时， $\lambda = 1.7$ ，则

$$T_k = 32 + 1.7 \times 2.13 = 35.6(\text{天})$$

- 即完工可能性达到95.5%的工期为35.6天。

7.4 作业排序

7.4.1 有关排序的基本问题

■ 1. 作业排序的目标

- 排序是确定工件在生产单元（机器或工作中心）上的加工顺序。一般作业排序的目标有：
 - （1）满足顾客或下一道工序的交货期要求；
 - （2）流程时间最短，即各作业在加工过程中所消耗的时间最小；
 - （3）准备时间最短或成本最小化；
 - （4）在制品库存最低；
 - （5）机器设备或劳动力利用最大化。

■ 2. 排序完成的任务：

- （1）分配订单、机器、人员到工作中心或者其他特定地点；
- （2）决定订单执行的顺序（也就是建立优先级）。

■ 3.排序问题的分类方法

- 排序问题有不同的分类方法。最常用的分类方法是按机器、零件和目标函数的特征分类。按机器的种类和数量不同，可以分成单台机器的排序问题和多台机器的排序问题。对于多台机器的排序问题，按零件加工路线的特征，可以分成单件作业排序问题和流水作业排序问题。

■ 4. 优先调度法则

- 在实际中常用优先调度法则的有：
 - (1) **先到先服务 (First Come First Served, FCFS) 法则**。即优先选择最早进入可排工序集合的工件，也就是按照订单达到的先后顺序进行加工。
 - (2) **最短作业时间 (Shortest Processing Time, SPT) 法则**。即优先选择加工时间最短的工序。
 - (3) **交货期最早 (Earliest Due Date, EDD) 法则**。即优先选择完工期限紧的工件。
 - (4) **剩余加工时间最长 (Most Work Remaining, MWKR) 法则**。即优先选择余下加工时间最长的工件。
 - (5) **剩余加工时间最短 (Least Work Remaining, LWKR) 法则**。即优先选择余下加工时间最短的工件。
 - (6) **剩余工序数最多 (Most Operations Remaining, MOPNR) 法则**。即优先选择余下工序数最多的工件。
 - (7) **临界比最小 (Smallest Critical Ratio, SCR) 法则**。优先选择临界比最小的工件。临界比为工件允许停留时间与工件余下加工时间之比。
 - (8) **随机 (Random) 法则**。即随机地挑选一个工件。

■ 5. 排序绩效评价标准

■ 常用的有：

■ (1) **总流程时间或平均流程时间最短**。总流程时间是指一批零件从进入某一工艺流程开始，到这一批零件加工完后全部退出该工艺流程为止的全部时间。平均流程时间是指每一个零件的流程时间(零件等待时间与加工时间)之和与零件数的比值。

■ (2) **最大延期量或平均延期量最小**。延期量是指零件的实际完工期(流程时间)与预定交货期之间的差额。最大延期量是指一批零件中所有零件延期量中的最大者；平均延期量是指所有零件延期量之和与零件数的商。

■ (3) **平均在制品占用量最少**。

■ (4) **总调整时间最少**。

■ 6. 排序问题的假设条件

■ 为了便于分析研究，建立数学模型，对排序问题提出一些假设条件：

■ (1) 一个工件不能同时在几台机器上加工。

■ (2) 工件在加工过程中采取平行移动方式，即当上一道工序完工后，立即送下一道工序加工。

- (3) 不允许中断。当一个工件一旦开始加工，必须一直进行到完工，不得中途停止插入其他工件。
- (4) 每道工序只在一台机器上完成。
- (5) 工件数、机器数和加工时间已知，加工时间与加工顺序无关。
- (6) 每台机器同时只能加工一个工件。
- 另外，我们在考虑排序问题时，假定机器设备有限，而劳动力足够充足，不考虑由于劳动力缺少，而使机器设备无法运转现象。

- 下面对有关符号进行说明。
- J_i ——工件 i , $i = 1, 2, \dots, n$ 。
- M_j ——机器 j , $j = 1, 2, \dots, m$ 。
- p_{ij} —— J_i 在 M_j 上的加工时间, J_i 的总加工时间为 $P_i = \sum p_{ij}$ 。
- r_i —— J_i 的到达时间, 指 J_i 从外部进入车间, 可以开始加工的最早时间。
- d_i —— J_i 的完工期限。
- C_i —— J_i 的完工时间, $C_i = r_i + \sum (W_{ij} + p_{ij}) = r_i + W_i + P_i$ 。
- C_{\max} ——最长的完工时间, $C_{\max} = \max \{C_i\}$ 。
- F_i —— J_i 的流程时间, 即工件在车间的实际停留时间, $F_i = C_i - r_i = W_i + P_i$ 。
- F_{\max} ——最长流程时间, $F_{\max} = \max \{F_i\}$ 。
- L_i ——工件的延迟时间
- W_{ij} —— J_i 在 M_j 上加工之前的等待时间。

- W_i —— J_i 在加工过程中总的等待时间。
- a_i —— J_i 的允许停留时间(加工时间)。

$$\begin{aligned}L_i &= C_i - d_i \\ &= r_i + P_i + W_i - d_i \\ &= (P_i + W_i) - (d_i - r_i) \\ &= F_i - a_i\end{aligned}$$

- 当 $L_i > 0$ (正延迟)，说明 J_i 的实际完工时间超过了完工期限；当 $L_i < 0$ (负延迟)，说明 J_i 提前完工；当
- $L_i = 0$ (零延迟)， J_i 按期完工。
- L_{\max} ——最长延迟时间， $L_{\max} = \max\{L_i\}$ 。

- 下面讨论的排序问题，用Conway等人提出的方法来表示。这个方法只用4个参数就可以表示大多数不同的排序问题。4参数表示法为： $n/m/A/B$ 。其中 n 表示零件数； m 表示机器数； A 表示车间类型，在 A 的位置若标以“F”则代表流水作业排序问题，若标以“P”，则表示流水作业排列排序问题，若标以“G”则表示一般单件作业排序问题。当 $m=1$ ，则 A 处为空白。因为对于单台机器的排序问题来说，无所谓加工路线问题，当然也就谈不上是流水作业还是单件作业的问题了。 B 为目标函数，通常是使其值最小。有了这4个符号，就可以简明地表示不同的排序问题。

7.4.2 $n/2/F/F_{\max}$ 问题的最优算法

- 对于 $n/2/F/F_{\max}$ 问题，S.M.Johnson于1954年提出了一个有效算法，那就是著名的Johnson算法。为了叙述方便，以 a_i 表示 J_i 在 M_1 上的加工时间，以 b_i 表示 J_i 在 M_2 上的加工时间。每个工件都按 $M_1 \rightarrow M_2$ 的路线加工。
- Johnson法则：如果 $\min(a_i, b_j) < \min(a_j, b_i)$ ，则工件 J_i 安排在工件 J_j 之前，若相等，则工件 J_i 即安排在工件 J_j 之前也可以排在它之后。
- Johnson算法：
 - (1) 从加工时间矩阵中找出最短的加工时间。
 - (2) 若最短的加工时间出现在 M_1 上，则对应的工件尽可能往前排；若最短加工时间出现在 M_2 上，则对应工件尽可能往后排。然后，从加工时间矩阵中划去已排序工件的加工时间。若最短加工时间有多个，则任挑一个。
 - (3) 若所有工件都已排序，停止。否则，转步骤 (1)。

- 例7-7 求表7—8所示的 $6 / 2 / F / F_{\max}$ 。问题的最优解。
- 解：应用Johnson算法，从加工时间矩阵找出最短加工时间为1个时间单位，它出现在 M_1 上。所以，相应的工件(工件2)应尽可能往前排。也就是，将工件2排在第一位。划去工件2的加工时间，余下加工时间中最小者为2，它出现在 M_2 上，相应的工件(工件3)应尽可能往后排，于是排到最后一位。划去工件3的加工时间，继续按Johnson算法安排余下工件的加工顺序。

表 7-8 加工时间矩阵

i	1	2	3	4	5	6
a_i (分钟)	5	1	8	5	3	4
b_i (分钟)	7	2	2	4	7	4

- 求解过程可简单表示如下：
- 将工件2排第一位 2
- 将工件3排第六位 2 3
- 将工件5排第二位 2 5 3
- 将工件6排第三位 2 5 6 3
- 将工件4排第五位 2 5 6 4 3
- 将工件1排第四位 2 5 6 1 4 3
- 最优加工顺序为 $S=(2, 5, 6, 1, 4, 3)$ 。求得最优顺序下的 $F_{\max}=28$ 。

表 7-8 加工时间矩阵

i	1	2	3	4	5	6
a_i (分钟)	5	1	8	5	3	4
b_i (分钟)	7	2	2	4	7	4

- 我们可以把Johnson算法作些改变，改变后的算法按以下步骤进行：
- (1)将所有 $a_i \leq b_i$ 的工件按 a_i 值不减的顺序排成一个序列A。
- (2)将所有 $a_i > b_i$ 的工件按 b_i 值不增的顺序排成一个序列B。
- (3)将A放到B之前，就构成了最优加工顺序。
- 按改进后的算法对例7—7求解。如表7—9所示。序列A为(2, 5, 6, 1)，序列B为(4, 3)，构成最优顺序为(2, 5, 6, 1, 4, 3)，与Johnson算法结果一致。

表 7-8 加工时间矩阵

i	1	2	3	4	5	6
a_i (分钟)	5	1	8	5	3	4
b_i (分钟)	7	2	2	4	7	4

表 7-9 改进算法

i	1	2	3	4	5	6
a_i	⑤	①	8	5	③	④
b_i	7	2	②	④	7	4
i	2	5	6	1	4	3
a_i	①	③	④	⑤	5	8
b_i	2	7	4	7	④	②

- 当从应用Johnson法则求得的最优顺序中任意去掉一些工件时，余下的工件仍构成最优顺序。如对例7—7的最优顺序(2, 5, 6, 1, 4, 3)，若去掉一些工件，得到的顺序(5, 6, 1, 4, 3)、(2, 6, 4, 3)、(2, 6, 1, 4)等仍为余下工件的最优顺序。但是，工件的加工顺序不能颠倒，否则不一定是最优顺序。同时，还要指出，Johnson法则只是一个充分条件，不是必要条件。不符合这个法则的加工顺序，也可能是最优顺序。如对例7—7顺序(2, 5, 6, 4, 1, 3)不符合Johnson法则，但它也是一个最优顺序。

7.4.3 一般 $n/m/P/F_{\max}$ 问题的启发式算法

- 对于3台机器的流水车间排序问题，只有几种特殊类型的问题找到了有效算法。对于一般的流水车间排列排序问题，可以用分支定界法。为了解决生产实际中的排序问题，人们提出了各种启发式算法。启发式算法以小的计算量得到足够好的结果，因而十分实用。下面介绍求一般 $n/m/P/F_{\max}$ 问题近优解（Near optimal solution）的启发式算法。

1.Palmer法

- 1965年，D.S.Palmer(帕尔默) 提出按斜度指标排列工件的启发式算法，称之为Palmer法。工件的斜度指标可按下式计算：

- $$\lambda_i = \sum_{k=1}^m [k - (m + 1) / 2] p_{ik} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

- 式中， m 为机器数； p_{ik} 为工件 i 在上 M_k 的加工时间。
- 按照各工件 λ_i 不增的顺序排列工件，可得出令人满意的顺序。

- 【例7—8】 有一个4/3/F/F_{max}。问题，其加工时间如表7—10所示，用Palmer法求解。

表 7 - 10 加工时间矩阵

i	1	2	3	4
p_{i1}	1	2	6	3
p_{i2}	8	4	2	9
p_{i3}	4	5	8	2

- 解：对于本例

$$\lambda_i = \sum_{k=1}^3 \left[k - (3 + 1) / 2 \right] p_{ik} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

- $\lambda_i = -p_{i1} + p_{i3}$
- 于是. $\lambda_1 = -p_{11} + p_{13} = -1 + 4 = 3$
- $\lambda_2 = -p_{21} + p_{23} = -2 + 5 = 3$
- $\lambda_3 = -p_{31} + p_{33} = -6 + 8 = 2$
- $\lambda_4 = -p_{41} + p_{43} = -3 + 2 = -1$

- 按 λ_i 不增的顺序排列工件，得到加工顺序(1, 2, 3, 4)和(2, 1, 3, 4)，恰好这两个顺序都是最优顺序。如不是这样，则从中挑选较优者。在最优顺序下， $F_{\max}=28$

■ 2.关键工件法

- 关键工件法是我国学者陈荣秋1983年提出的一个启发式算法。其步骤如下：
 - (1) 计算每个工件的总加工时间 $P_i = \sum p_{ij}$ ，找出加工时间最长的工件 $C(j=m)$ ，将其作为关键工件。
 - (2) 对于余下的工件，若 $p_{i1} \leq p_{im}$ ，则按 p_{i1} 不减的顺序排成一个序列；若 $p_{i1} > p_{im}$ ，则按 p_{im} 不增的顺序排列成一个序列 S_b 。
 - (3) 顺序 (S_a, C, S_b) 即为所求顺序。

- 下面用关键工件法求例7—8的近优解。求 $P_i(i=1, 2, 3, 4)$ ，如表7—11所示。总加工时间最长的为3号工件， $p_{i1} \leq p_{i3}$ 的工件为1和2，按 p_{i1} 不减的顺序排成 $S_a=(1, 2)$ 。
- $p_{i1} > p_{i3}$ 的工件为4号工件， $S_b=(4)$ ，这样得到的加工顺序为(1, 2, 3, 4)，对于本例，它为最优顺序。

表 7-11 用关键工件法求解

i	1	2	3	4
p_{i1}	1	2	6	3
p_{i2}	8	4	2	9
p_{i3}	4	5	8	2
p_i	13	11	16	14

■ 3. CDS法

- Campbell, Dudek, Smith三人提出了一个启发式算法, 简称CDS法。他们把Johnson算法用于一般的问题, 得到 $(m-1)$ 个加工顺序, 取其中优者。

- 具体做法是, 对加工时间 $\sum_{k=1}^l p_{ik}$ 和 $\sum_{k=m+1-l}^m p_{ik}$, $l = 1, 2, \dots, m-1$

- 用Johnson算法求 $(m-1)$ 次加工顺序, 取其中最好的结果。

- 对例7—8用CDS法求解。

- 首先，求 $\sum_{k=1}^l p_{ik}$ 和 $\sum_{k=m+1-l}^m p_{ik}$ $l = 1, 2, \dots, m - 1$ ，结果如表7-12所示。

表 7 - 12 用 CDS 法求解

<i>i</i>		1	2	3	4
<i>l</i> = 1	p_{i1}	1	2	6	3
	p_{i3}	4	5	8	2
<i>l</i> = 2	$p_{i1} + p_{i2}$	9	6	8	12
	$p_{i2} + p_{i3}$	12	9	10	11

当*l*=1时，按Johnson算法得到加工顺序(1, 2, 3, 4)；当*l*=2时，得到加工顺序(2, 3, 1, 4)。对于顺序(2, 3, 1, 4)，相应的 $F_{\max} = 29$ 。所以，取顺序(1, 2, 3, 4)就是最优顺序。

7.4.4 一般 $n/m/G/F_{max}$ 问题的启发式算法

- 对于一般单件作业的排序问题，每个工件都有其独特的加工路线，工件没有一定的流向，要描述一道工序，要用3个参数： i ， j 和 k 。 i 表示工件代号， j 表示工序号， k 表示完成工件 i 的第 j 道工序的机器的代号。因此，可以用 (i, j, k) 来表示工件 i 的第 j 道工序是在机器 k 上进行的这样一件事。于是，可以用加工描述矩阵的形式来描述所有工件的加工。
- 对于一般的 $n/m/G/F_{max}$ 问题，可以用分支定界法或整数规划法求最优解，但它们都是无效算法，不能应用到生产实际中。启发式算法是求解一般单件车间排序问题使用最多的方法。
- 各工序都按最早可能开（完）工时间安排的作业计划为半能动作业计划。任何一台机器的每段空闲时间都不足以加工一道可加工工序的半能动作业计划为能动作业计划。

-
- 无延迟作业计划是没有任何延迟出现的作业计划。所谓“延迟”，指有工件等待加工时，机器出现空闲，即使这段空闲时间不足以完成一道工序。

- 能动作业计划和无延迟作业计划在研究一般单件作业排序问题时有重要作用。下面先介绍它们的生成方法。为此，先作一些符号说明。
- 将安排一道工序称作一“步”，设
- $\{S_t\}$ —— t 步之前已排序工序构成的部分作业计划；
- $\{O_t\}$ ——第 t 步可以排序的工序集合；
- T_k —— $\{O_t\}$ 中 O_k 工序的最早可能开工时间；
- T'_k —— $\{O_t\}$ 中 O_k 工序的最早可能完工时间。

- 1.能动作业计划
- 构成步骤：
 - (1) 设 $t=1$ ， $\{S_t\}$ 为空集， $\{O_1\}$ 为各工件第一道工序的集合。
 - (2) 求 $T^* = \min \{T_k\}$ ，并求出出现的机器 M^* 。如果有 M^* 多台，则任选一台。
 - (3) 从 $\{O_t\}$ 中挑出满足以下两个条件的工序 O_j ：需要机器 M^* 加工，且 $T_j < T^*$ 。
 - (4) 将确定的工序 O_j 放入 $\{S_t\}$ ，从 $\{O_t\}$ 中消去 O_j ，并将 O_j 的紧后工序放入 $\{O_t\}$ ，使 $t=t+1$ 。
 - (5) 若还有未安排的工序，转步骤（2）；否则，停止。

- **【例7—9】** 有一个 $2/3/G/F_{\max}$ 问题，其加工描述矩阵D和加工时间矩阵T分别为

$$D = \begin{pmatrix} 1,1,1 & 1,2,3 & 1,3,2 \\ 2,1,3 & 2,2,1 & 2,3,2 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- 试构成一个能动作业计划。
- 解：求解过程如表7—13所示。

表 7-13 能动作业计划的构成

t	$\{O_i\}$	T_k	T'_k	T^*	M^*	O_j
1	1,1,1 2,1,3	0 0	2 3	2	M_1	1,1,1
2	1,2,3 2,1,3	2 0	6 3	3	M_3	2,1,3
3	1,2,3 2,2,1	3 3	7 7	7	M_3 M_1	1,2,3
4	1,3,2 2,2,1	7 3	8 7	7	M_1	2,2,1
5	1,3,2 2,3,2	7 7	8 12	8	M_2	1,3,2
6	2,3,2	8	13	13	M_2	2,3,2

- 当 $t=1$ ， $\{O_1\}$ 为2个工件的第一道工序的集合， $\{O_1\}=\{(1, 1, 1), (2, , 1, 3)\}$ ，它们的最早可能开工时同是零。工序(1, 1, 1)的最早完工时同是2，工序(2, 1, 3)的最早完工时间是3。因此， $T^*=2$ 。 T^* 出现在 M_1 上， M_1 上仅有一道可排序的工序(1, 1, 1)。所以，首先安排(1, 1, 1)，当(1, 1, 1)确定之后，其紧后工序(1, 2, 3)就进入 $\{O_2\}$ 。其后排法相同。当 $t=3$ 时， M^* 有2个，这时任取其中一个。按表7—24中得出的能动作业计划如图7—20所示，

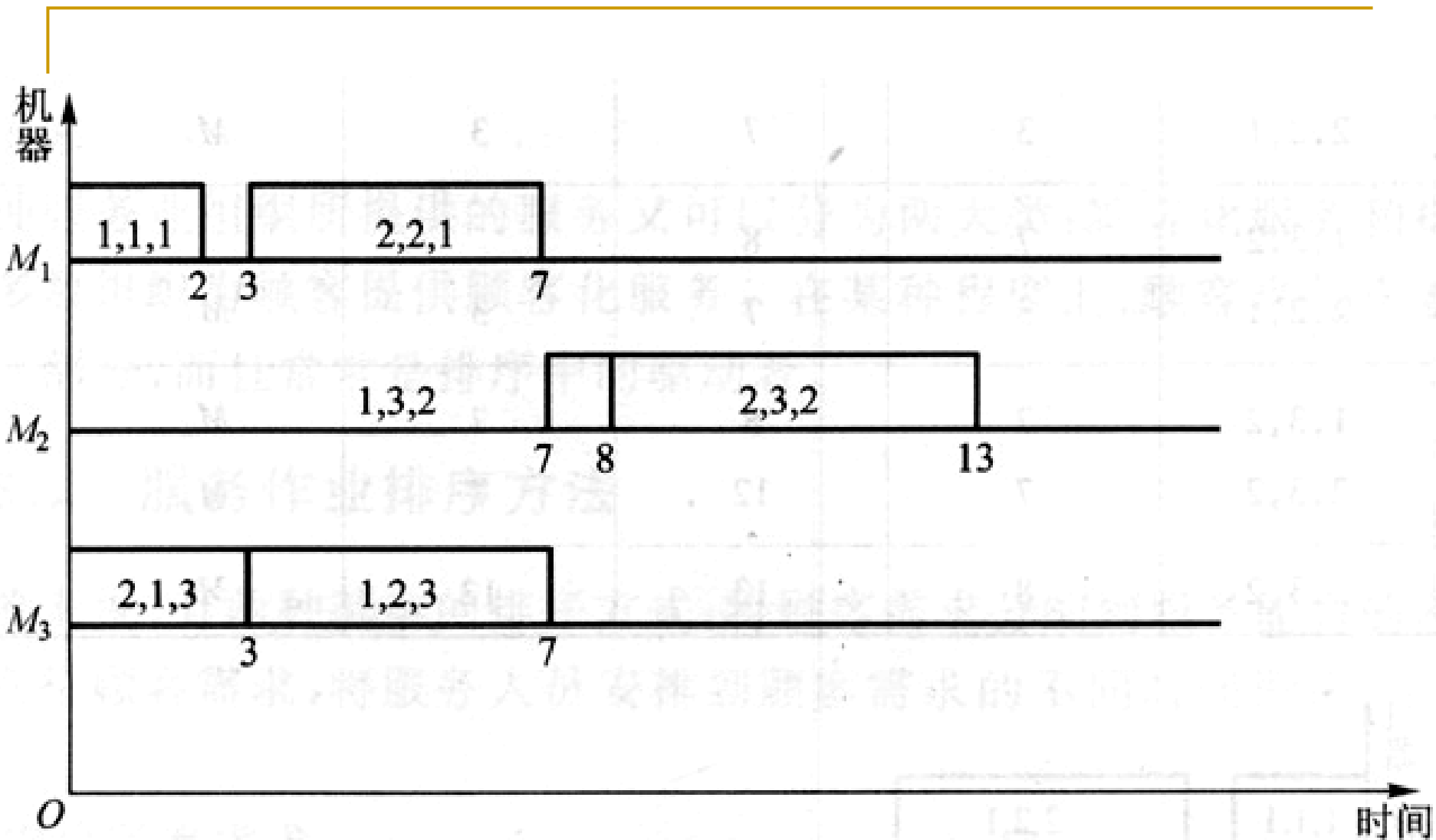


图 7-20 能动作业计划

- 按以上步骤可以求出所有的能动作业计划。当 $t=2$ 时，也可以安排工序(1, 2, 3)，因为该工序也需要经饥器 M_3 加工，而且最早可能开工时间小于 T^* ：同样，当 $t=5$ 时。可以先安排工序(2, 3, 2)。这样，可以得出所有的能动作业计划，从中可以找出最优的作业计划。

- 2.无延迟作业计划的构成步骤
- (1) 设 $t=1$, $\{S_t\}$ 为空集, $\{O_1\}$ 为各工件第一道工序的集合。
- (2) 求 $T^*=\min\{T_k\}$, 并求出出现的机器 M^* 。如果 M^* 有多台, 则任选一台。
- (3) 从 $\{O_1\}$ 中挑出满足以下两个条件的工序 O_j : 需要机器 M^* 加工, 且 $T_j=T^*$ 。
- (4) 将确定的工序 O_j 放入 $\{S_t\}$, 从 $\{O_t\}$ 中消去 O_j , 并将 O_j 的紧后工序放入 $\{O_t\}$, 使 $t=t+1$ 。
- (5) 若还有未安排的工序, 转步骤(2); 否则, 停止。

- 对例7-9构成的无延迟计划，其求解过程如表7-14所示，得出的无延迟计划如图7-21所示，同样，按以上步骤可以求出所有的无延迟计划。

表 7-14 无延迟作业计划的构成

t	$\{O_i\}$	T_k	T'_k	T^*	M^*	O_j
1	1,1,1	0	2	0	M_1	1,1,1
	2,1,3	0	3	0	M_3	
2	1,2,3	2	6	0	M_3	2,1,3
	2,1,3	0	3			
3	1,2,3	3	7	3	M_3	1,2,3
	2,2,1	3	7	3	M_1	
4	1,3,2	7	8	3	M_1	2,2,1
	2,2,1	3	7			
5	1,3,2	7	8	7	M_2	2,3,2
	2,3,2	7	12	7	M_2	
6	2,3,2	12	13	12	M_2	1,3,2

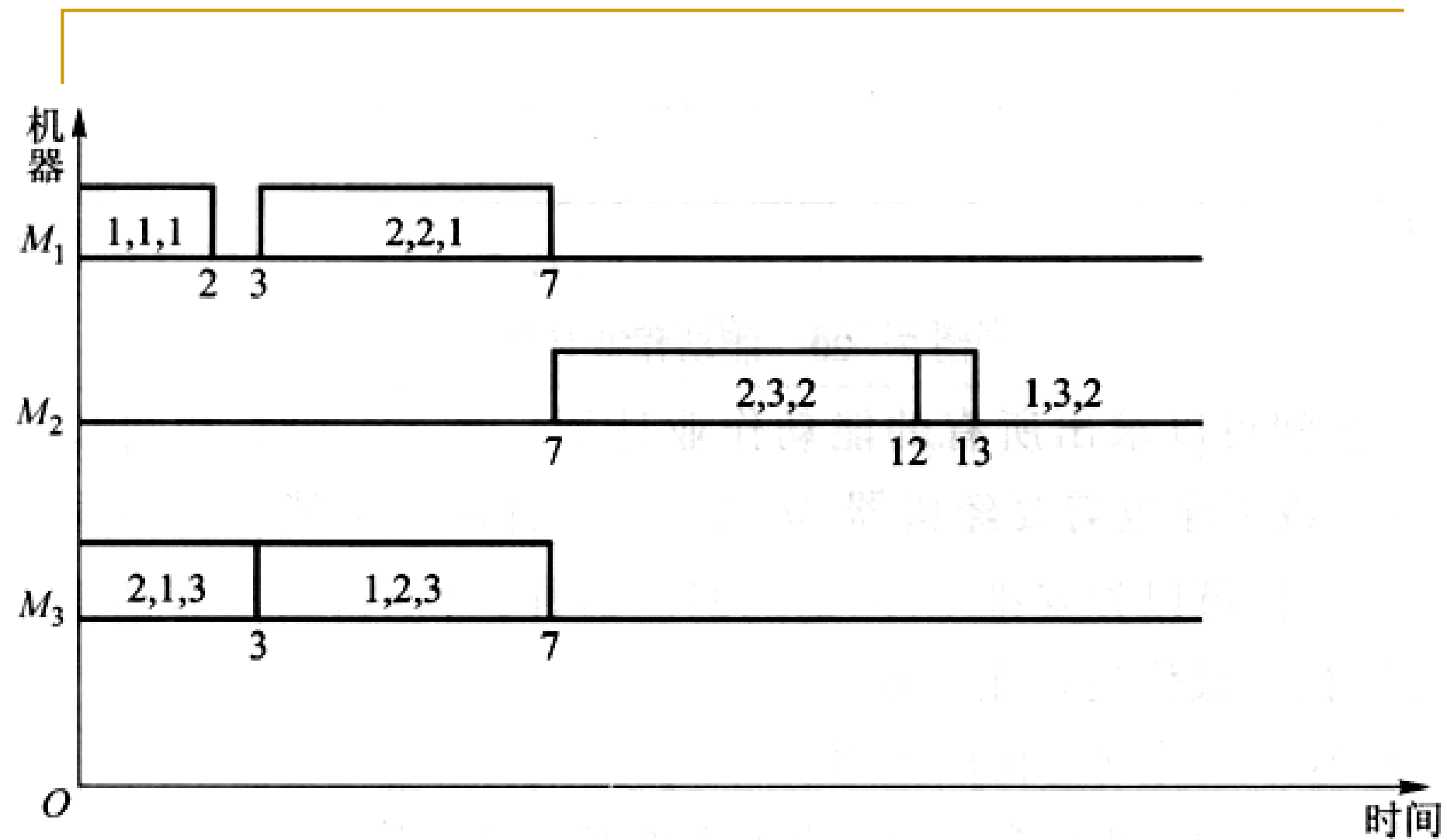


图 7-21 无延迟作业计划

7.5 服务作业排序与排队论

7.5.1 服务作业排序的特殊性

- 由于服务不能存储，无法预先做出来，使服务业的作业排序不同于制造业。具体地说，影响服务业排序不同于制造业的主要不同有：（1）所提供产品的类型。（2）排序内容。（3）过程控制。（4）人员规模。
- 各种服务业组织所提供的服务又可以分为两大类：顾客化服务和标准化服务。大多数组织为顾客提供顾客化服务。在某种程度上，顾客也是作业排序过程中的一部分，而且常常是排序中的驱动者。

7.5.2 服务作业排序方法

- 一般来说，有两种基本的排序方式：将顾客需求分配到服务能力的不同时段内——安排顾客需求；将服务人员安排到顾客需求的不同时间段内——安排服务人员。
- 类似于制造业企业的生产计划，服务业企业也要首先制定全年、每个月以至每周的人员需求计划，然后在此基础上，通过作业排序方法把这样人员计划转换成为每一个人的日常排班计划。这种计划编排可以采用运筹学中的线性规划方法实现。

7.5.3 排队论

- 实际上，每一个排队事例的核心问题就是对不同因素作权衡决策。管理者必须衡量为提供更快捷服务（更多的车道，额外的降落跑道，更多的收银台）而增加的成本和等待费用之间的关系。
- 1.成本效益平衡。理想的最优化（最小）成本位于服务成本曲线和等待成本曲线的交点上。
- 2.排队系统。一个排队系统由三个主要部分组成：
(1)顾客源和顾客到达系统的方式；(2)服务系统；(3)顾客离开系统的方式（是否回到顾客源中）。

-
- 3.排队模型
 - 在这我们讨论三种有限总体排队系统的排队模型，这三种排队系统特征见表7—2。
 - 表7—2 三种排队模型特征
-

模型	分布	服务阶段	到达人数分布	排队规则	服务时间分布	允许的队列长度	典型例子
1	单通道	单一	泊松	先来先服务	指数	无限	银行出纳员服务系统；单道收费桥收费系统
2	单通道	单一	泊松	先来先服务	常数	无限	自动洗车服务；游乐园里的滑铁道活动
3	多通道	单一	泊松	先来先服务	指数	无限	汽车经销公司零件柜台服务系统



7.5 服务作业排序与排队论

- 服务作业排序的特殊性
- 服务作业排序方法
- 排队论

■ 服务作业排序的特殊性

服务作业排序的特殊性表现

➤ 所提供产品的类型

➤ 排序内容

➤ 过程控制

➤ 人员规模

■服务作业排序方法

一般来说，有两种基本的排序方式

- 安排顾客需求，将顾客需求分配到服务能力的不同时段内
- 安排服务人员，将服务人员安排到顾客需求的不同时间段内

■排队论

1. 成本效益平衡。

理想的最优化（最小）成本位于服务成本曲线和等待成本曲线的交点上。

■排队论

2. 排队系统

一个排队系统由三个主要部分组成

- 顾客源和顾客到达系统的方式
- 服务系统
- 顾客离开系统的方式（是否回到顾客源中）

■ 排队论

3. 排队模型

模型	分布	服务阶段	到达人数分布	排队规则	服务时间分布	允许的队列长度	典型例子
1	单通道	单一	泊松	先来先服务	指数	无限	银行出纳员服务系统；单道收费桥收费系统
2	单通道	单一	泊松	先来先服务	常数	无限	自动洗车服务；游乐园里的滑行铁道活动
3	多通道	单一	泊松	先来先服务	指数	无限	汽车经销公司零件柜台服务系统